

# Messung der Astronomischen Einheit durch Spektroskopie der Sonne

(mit Lösungen)

## 1 Einleitung

## 2 Etwas Theorie

Die Geschwindigkeit der Sonnenrotation kann auf Grund des Dopplereffekts bestimmt werden. Die Wellenlänge des Lichts ändert sich, wenn Beobachter und Lichtquelle sich relativ zueinander bewegen. Nähern sie sich einander (negative Geschwindigkeit  $v$ ), so wird die Wellenlänge verkürzt, bei Entfernung voneinander dagegen verlängert. Der Vergleich von Sonnenspektren, die am Ostrand und am Westrand der Sonne aufgenommen wurden, zeigt, dass die **solaren Eisenlinien** (verbreiterte Linien in Abb. 2) in Wellenlängensrichtung verschoben sind, während die **terrestrischen Sauerstofflinien** unverschoben bleiben. Aus dieser Verschiebung lässt sich die radiale Geschwindigkeit  $v$  berechnen, mit der sich die Sonnenränder auf den Beobachter zu oder von ihm weg bewegen:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{gemessen} - \lambda_0}{\lambda_0}$$

Dabei ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ( $c = 299793 \text{ km/s}$ ). Eine Schwierigkeit liegt nun darin, die reine Rotationsverschiebung der Eisenlinien zu bestimmen, denn die Linien werden nicht nur von der Sonnenrotation beeinflusst. Die Gravitation der Sonne bewirkt eine Rotverschiebung der Eisenlinien, und die Eigenbewegung der Erde verursacht weitere Dopplerverschiebungen. Diese zu berechnen, ist sicher möglich. Weit einfacher ist es aber, die gleiche Linie an Ost- und Westrand zu beobachten und die Differenz der Positionen zu bestimmen. Eine bestimmte Linie ist sowohl am Ost- als auch am Westrand der Gravitation und den anderen Effekten ausgesetzt, sodass sich diese Verschiebungen bei der Differenzbildung gegenseitig aufheben und nur die Rotationsverschiebung gemessen wird. Es ergibt sich also

$$\Delta v = \frac{\lambda_{Ost} - \lambda_{West}}{\lambda_0} c \quad \text{und} \quad v = \frac{\Delta v}{2}$$

### 2.1 Randkorrektur

Die Rotationsgeschwindigkeit wird nicht direkt am Sonnenrand gemessen, sondern in einiger Entfernung davon. Die dadurch erforderliche Korrektur kann man sich anhand von Abb. 4 klar machen.

## 2.2 Neigungskorrektur

Die Neigung der Erdachse gegen die Ebene der Ekliptik ist ein weiterer Grund, die Messwerte zu korrigieren (s. Abb. 5).

Der Winkel  $\theta$  zwischen der Richtung Erde-Sonne und der Äquatorebene ändert sich im Laufe des Jahres. Zum Zeitpunkt der Aufnahme am 1.4.1998 betrug er  $\theta = 6.46^\circ$ .

## 3 Synodische und siderische Sonnenrotation

Da wir die Rotation der Sonne von der bewegten Erde aus beobachten, messen wir die so genannte *synodische Rotationsdauer*: Würde die Erde die Sonne in derselben Zeit einmal umlaufen, in der sich die Sonne einmal um sich selbst dreht, hätten wir von der Erde aus den Eindruck, die Sonne rotiere gar nicht. Den Zusammenhang zwischen den beiden Rotationen zeigt Abbildung 6.

## 4 benötigte Hilfsmittel

- Programm Sonnenrotation
- Dia mit den Spektren vom Ost- und Westrand der Sonne (Abb. 2)
- Dia mit dem entsprechenden Intensitätsdiagramm (Abb. 3)

## Literatur

- [1] Katja Janßen, *Spektroskopie der Sonne, Praktikumsversuche für den Astrophysik-Unterricht*, Universitätssternwarte Göttingen, Mai 1999

## 5 Aufgaben (mit Lösung)

1. Messen Sie die relative Wellenlängenänderung  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  der beiden solaren Eisenlinien zwischen dem Ost- und dem Westrandspektrum. Die Wellenlängen der beiden irdischen Sauerstofflinien betragen  $630.20nm$  und  $630.276nm$ .

Benutzen Sie dazu entweder das Programm **Sonnenrotation**, die Dias oder die Ausdrücke der entsprechenden Bilder. Bestimmen Sie den Wert

- (a) aus den Originalspektren und
- (b) mit Hilfe des Intensitätsdiagrammes.

Berechnen Sie aus dem ermittelten Wert die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta v$  zwischen Ost- und Westrand der Sonne.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\lambda \stackrel{\wedge}{=} 8mm \\ 0.076nm \stackrel{\wedge}{=} 76.8mm \end{array} \right\} \implies \Delta\lambda = 0.0078nm$$
$$\implies \Delta v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c = 3.769 \frac{km}{s}$$

2. Bestimmen Sie mit Hilfe des so erhaltenen Wertes für die Rotationsgeschwindigkeit die Entfernung der Sonne.
  - (a) Die von der Erde aus beobachtbare (synodische) Rotationsdauer der Sonne beträgt  $T_{syn} = 27.28d$ . Bestimmen Sie damit zunächst den Radius  $r_{Sonne}$  der Sonne.

$$\frac{\Delta v}{2} = \frac{2\pi r_{Sonne}}{T_{syn}} \implies r_{Sonne} = \frac{\Delta v T_{syn}}{2 \cdot 2\pi} = 7.069 \cdot 10^5 km \quad (*)$$

- (b) Am Tage der Aufnahme betrug der Winkelradius  $\alpha$  der Sonne von der Erde aus  $\alpha = 16'$ . Aus dieser Angabe können Sie nun die Entfernung  $r_{Erde}$  der Sonne von der Erde berechnen (vgl. Abb. 7).

$$r_{Erde} = \frac{r_{Sonne}}{\alpha} = 151.9 \cdot 10^6 km$$

3. Sie können versuchen, diesen recht guten Wert (der wahre Wert betrug am Tage der Aufnahme  $149.5 \cdot 10^6 km$ ) weiter zu verbessern.
  - (a) Messen Sie an Hand von Abb. 1 den Abstand des Spaltes vom Sonnenrand und korrigieren Sie Ihr Ergebnis für die Rotationsgeschwindigkeit entsprechend.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} x \hat{=} 8.5mm \\ 100'' \hat{=} 48.9mm \end{array} \right\} & \implies x = 1.74'' \\
 & \implies \frac{x}{R} = \frac{17.4}{32 \cdot 60} = 9 \cdot 10^{-3} \\
 & \implies \Delta v_{kor1} = 3.803 \frac{km}{s}
 \end{aligned}$$

(b) Führen Sie eine weitere Korrektur bezüglich der Achsneigung durch.

$$v_{kor2} = \frac{v_{kor1} \cos \theta}{=} 3.828 \frac{km}{s}$$

(c) Berücksichtigen Sie schließlich den Unterschied zwischen siderischer und synodischer Rotationsperiode. Wie ändert sich Ihr Ergebnis dadurch?

Gleichung (\*) zeigt, dass das Ergebnis für  $r_{Sonne}$  nur vom Produkt  $\Delta v T$  abhängt. Das ist aber für die siderischen und die synodischen Werte gleich groß.

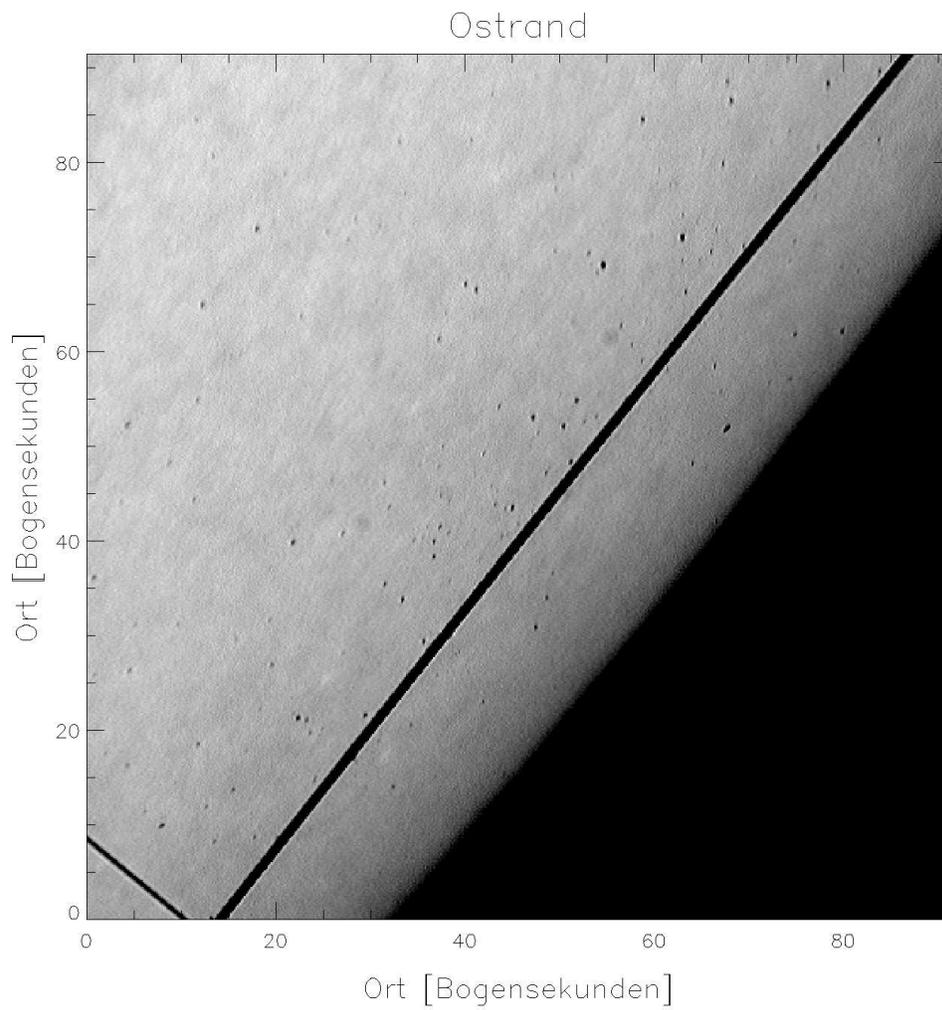


Abbildung 1: Bild des Ostrandes der Sonne und der Lage des Eintrittsspalt

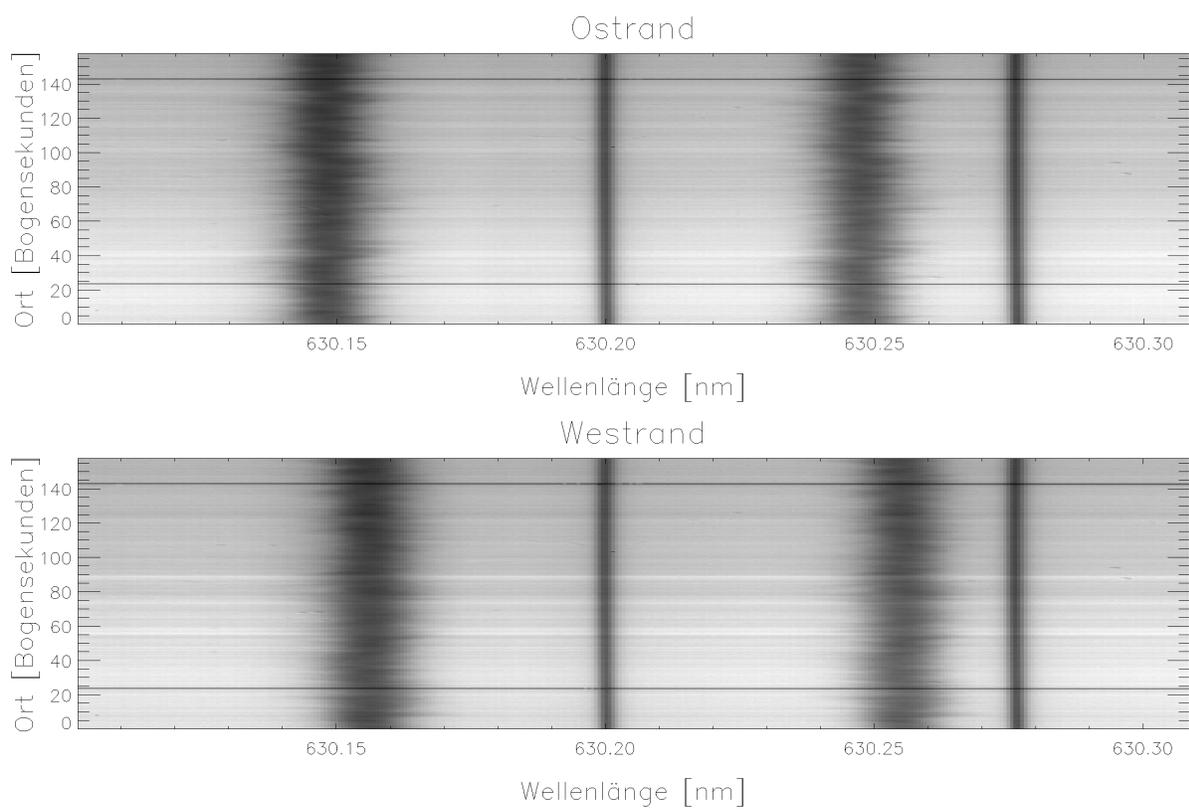


Abbildung 2: Spektren vom Ostrand (oben) und Westrand (unten) der Sonne

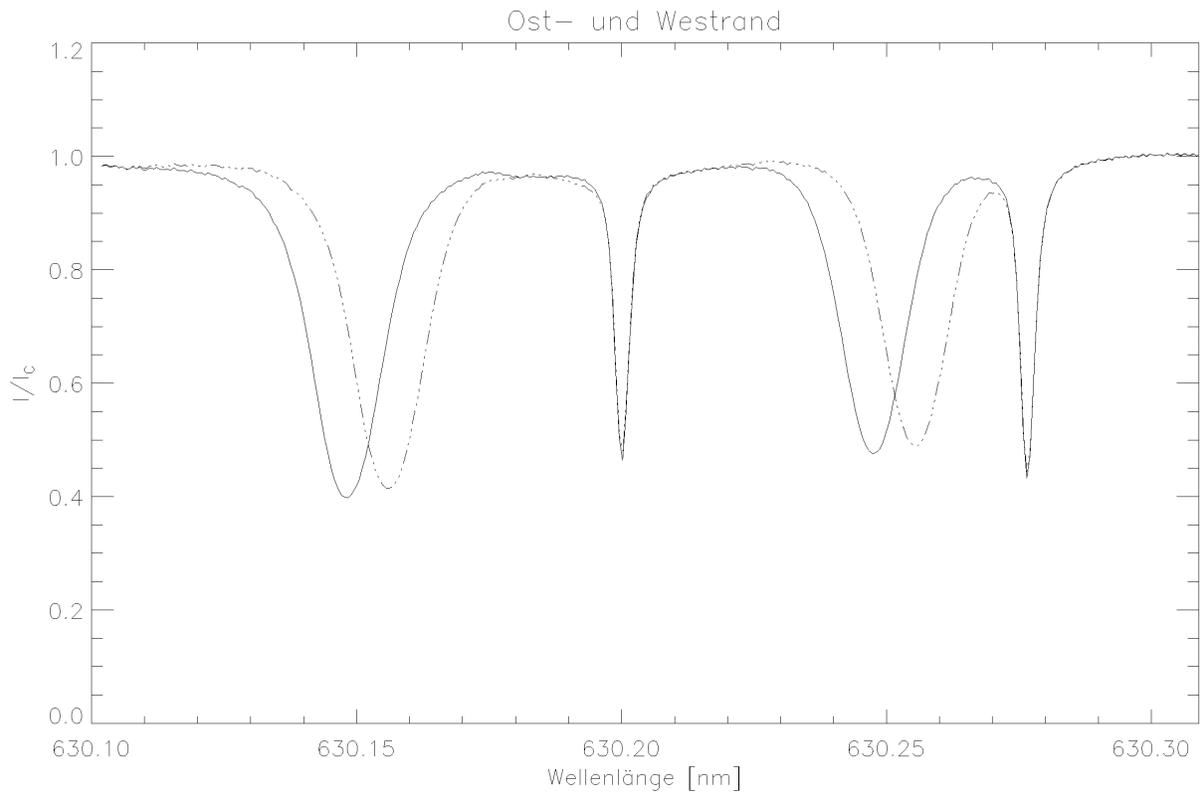


Abbildung 3: Zu Abb. 2 gehörendes Intensitätsdiagramm

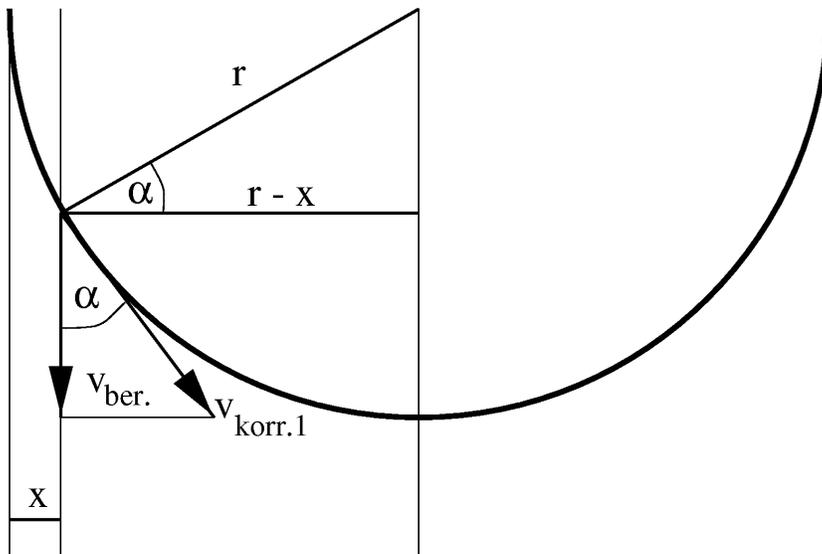


Abbildung 4: Zur Korrektur wegen des Abstandes vom Sonnenrand

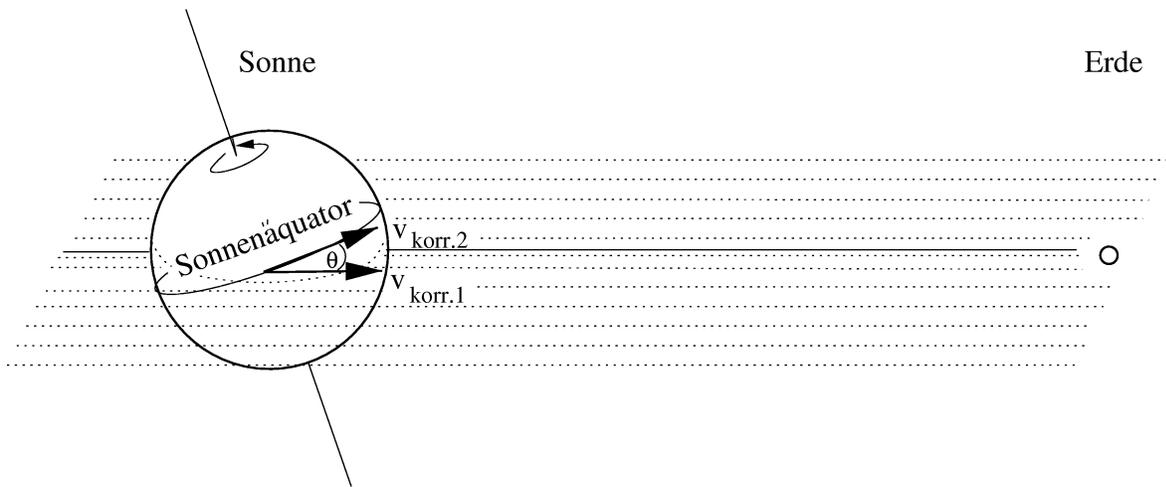


Abbildung 5: Zur Korrektur wegen der Achsneigung der Erde

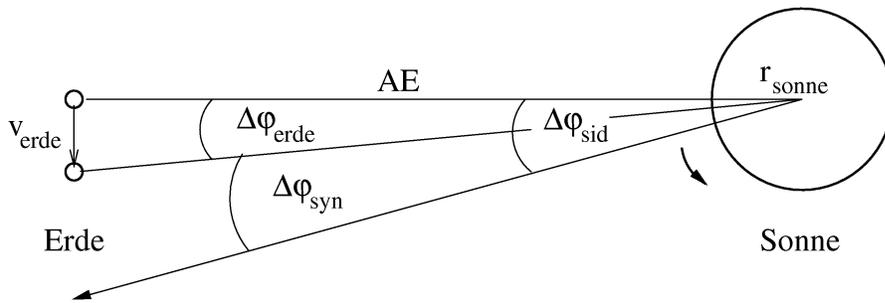


Abbildung 6: Zum Zusammenhang zwischen siderischer und synodischer Winkelgeschwindigkeit

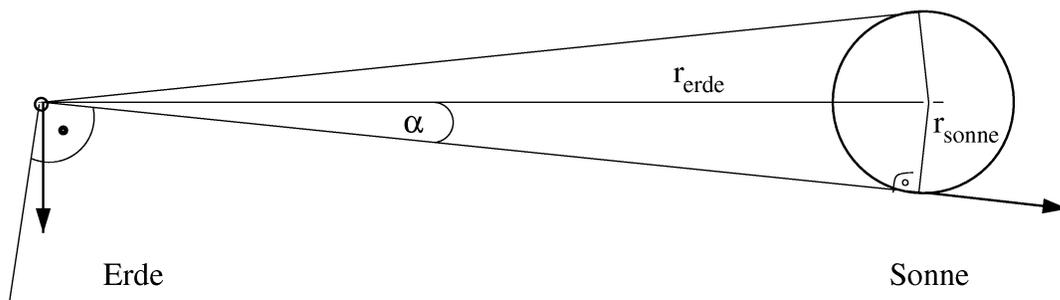


Abbildung 7: Zum Zusammenhang zwischen scheinbarem (Winkel-) Sonnenradius  $\alpha$  und Sonnenentfernung  $r_{Erde}$