

Die Parallaxe des Kleinplaneten Achilles (fotografiert mit Teleskopen des Netzwerks LCOGT) (mit Lösungen)

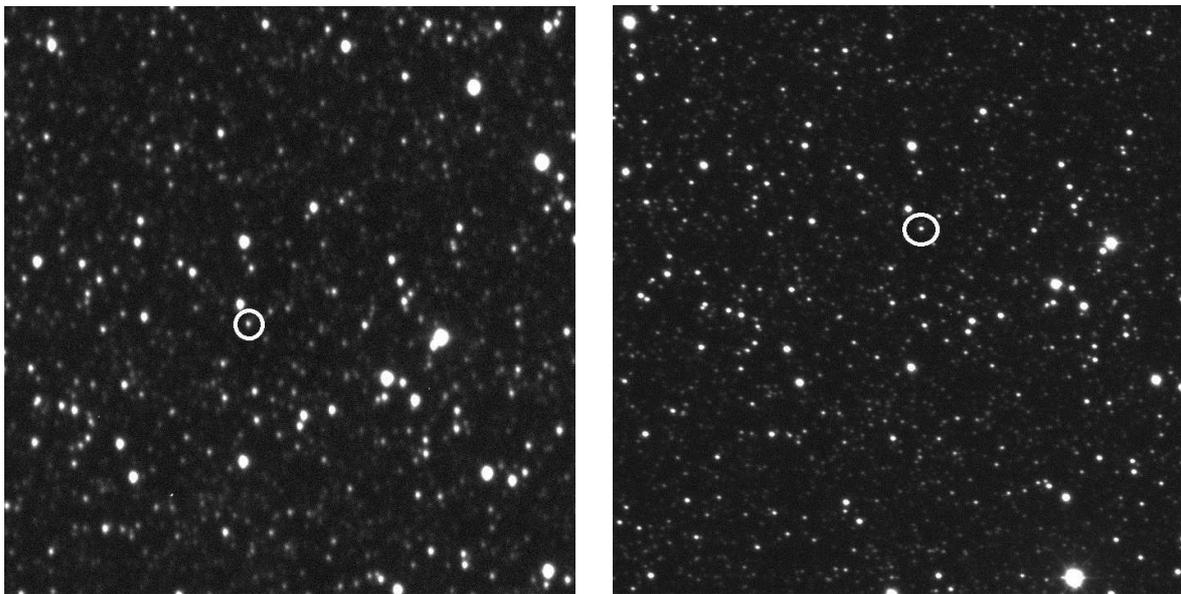


Abbildung 1: Zentrale Bereiche der Fotos vom 31. Mai 2017. Links: vom Cerro Tololo in Chile rechts: vom South African Astronomical Observatory. Selbst mit der Information, dass sich der Kleinplanet fast in der Bildmitte befindet, lässt er sich nur schwierig identifizieren. *Achilles ist jeweils mit einem Kreis gekennzeichnet.*

1 Einleitung

Kleinplaneten sind sehr gute Übungsobjekte für Entfernungsmessungen im Sonnensystem. Sie sind einerseits so viel weiter von der Erde entfernt als der Mond, dass die Parallaxeneffekte sehr viel kleiner als bei diesem sind und deshalb größere Basislängen und viel genauere Messungen und Auswertungen erfordern. Andererseits kann man leicht Kleinplaneten in einem großen Entfernungsbereich zwischen etwa 0.1 Astronomischen Einheiten (AE) und 6 AE finden. Dadurch kann man immer ein Objekt finden, das zu der eigenen Ausrüstung und der zur Verfügung stehenden Basislänge passt. Und natürlich spielen bei der Auswahl auch die eigene Erfahrung und der Ehrgeiz eine wichtige Rolle.

Die Gruppe **Astronomie & Internet im Ruhrgebiet (A&I)**¹, die aus für Astronomie begeisterten Lehrerinnen und Lehrern und einem Physikdidaktiker der Universität

¹<http://www.astronomie-und-internet.de>

Duisburg-Essen besteht, plant seit Langem ein Projekt zur Parallaxenmessung an Kleinplaneten mit den Monet-Teleskopen in Texas und Südafrika². Da jedoch die beiden Teleskope bis jetzt noch nicht gleichzeitig betriebsbereit waren, versuchte es ein Mitglied der Gruppe mit den Teleskopen des LCOGT („Las Cumbres Observatory Global Telescope“³). Nach ersten Fehlschlägen, die darauf beruhten, dass die bestellten Bilder nicht genau genug gleichzeitig gemacht worden waren oder der Basisabstand der benutzten Teleskope nicht groß genug war, gelangen schließlich erste Parallaxenmessungen an den Kleinplaneten 215588 (Abstand von der Erde zum Zeitpunkt der Messung: 0.08AE), 143404 (0.27 AE), Althaea (1.8 AE) und Elektra (2.9 AE)⁴.

Der Erfolg dieser Messungen stachelte unseren Ehrgeiz an, es mit einem noch weiter entfernten Kleinplaneten zu versuchen. Die Messung am Kleinplaneten Achilles und ihre Auswertung sollen hier nachvollzogen werden. Vielleicht gelingt es auf diese Weise, Teilnehmerinnen und Teilnehmer zu eigenen Fotoanträgen an das LCOGT und zu eigenen Messungen und Auswertungen anzuregen.

2 Gewinnung von Fotos mit dem LCOGT

Mit den Teleskopen des LCOGT-Netzwerks (Las Cumbres Observatory Global Telescope⁵) kann man sich beliebige Himmelsobjekte mit professionellen Teleskopen fotografieren lassen. Dafür gibt es ein Formblatt, in das man Beobachtungsobjekt, Positionsdaten, Filterwahl, Belichtungszeit und Beobachtungszeit eintragen kann. Die Aufträge werden von einem Zentralcomputer dann automatisch einem Teleskop mit optimalen Beobachtungsbedingungen zugeordnet.

Diese Antragsroutine sieht allerdings nicht vor, ein Objekt am Himmel von zwei verschiedenen Orten aus zeitgleich zu fotografieren. Einen solchen Beobachtungsauftrag muss man aber als JSON (JavaScript Object Notation – ist ein schlankes Datenaustauschformat) formulieren, in dem genau angegeben werden kann, mit welchem Teleskop das Objekt fotografiert werden soll. Das ist aber nicht immer erfolgreich, da diese Beobachtungsaufträge können von den automatischen Routinen beim Scheduling überschrieben werden können. Es geht aber auch mit ein paar Tricks.

Nach der erfolgreichen Anmeldung bei <https://observe.lco.global/> kann unter dem Menüpunkt **<Submit Observation>** der Beobachtungsauftrag formuliert werden (Abb. 2). Hiermit erhält man nun Bilder von einem Observatorium – von einem Teleskop. Wenn zeitgleich von einem anderen Standort fotografiert werden soll, muss man unter günstigen Umständen nur einen identischen Auftrag formulieren. Dann wird, ist das Beobachtungsobjekt an einem anderen Standort mit gewählter Teleskopklasse sichtbar, der zweite Auftrag parallel an dem anderen Standort ausgeführt. Die folgenden Bilder zeigen die entsprechenden Beobachtungsdaten für den Asteroiden Achilles am 31. Mai 2017 in der Zeit zwischen 3:00 UT und 3:30 UT, die in Sutherland bzw. Cerro Tololo ausgeführt wurden.

Die Zeitfenster müssen so gewählt werden, dass es bei den Bilderserien zur zeitlichen Überlappung kommt. Das Zeitfenster ist bei beiden Beobachtungen von 3:00 UT bis 3:30

²<https://monet.uni-goettingen.de/>

³<https://lco.global/>

⁴<http://www.astronomie-und-internet.de/parallaxes/index.html>

⁵<https://lco.global/observatory>

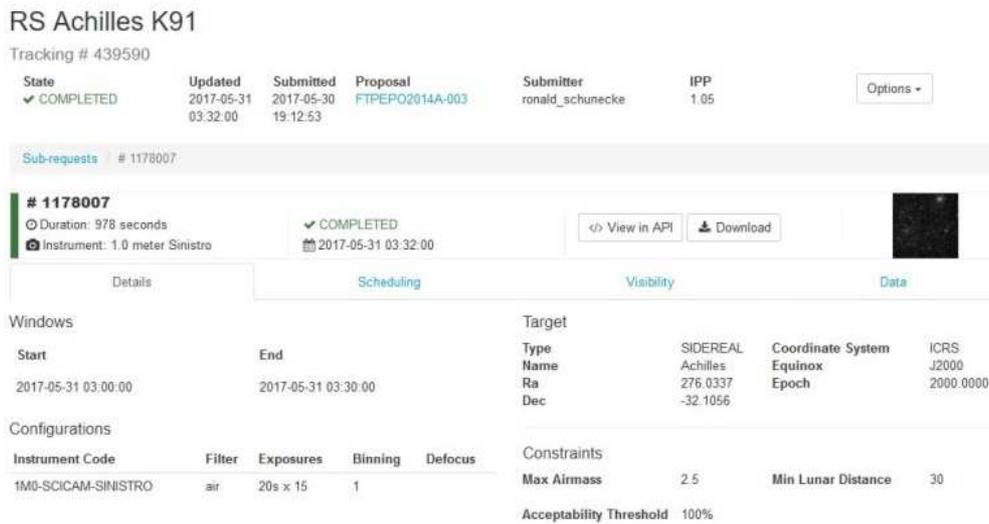


Abbildung 2: Zusammenfassende Übersicht zum ersten Beobachtungsauftrag am 31.Mai 2017

UT gewählt. Die Zeit der Datenerfassung beträgt ca. 17 Minuten. So kann der Auftrag vom Zentralcomputer im Zeitfenster noch geschoben werden. Dadurch wird die Chance, die Aufnahmen zu erhalten, vergrößert, und es wird mindestens eine Überlappung von vier Minuten geben.

Der Auftrag „RS Achilles K91“ startete um 3:10:00 UT und wurde bis 3:26:18 UT ausgeführt. Der für dieselbe Zeit formulierte Auftrag „RS Achilles W87“ wurde von 3:00:00 UT bis 3:16:18 UT ausgeführt. Im Überlappungszeitraum von knapp 6 Minuten entstanden einige fast zeitgleich aufgenommene Bilder, an denen die Auswertung durchgeführt werden kann. Die folgenden Bilder zeigen die zeitlichen Planungen der Beobachtungsaufträge.

Problematisch wird es, wenn am Beobachtungsort mehrere Teleskope der gewählten Teleskopklasse vorhanden sind. Dann werden die Aufnahmen zwar zeitgleich durchgeführt – aber am selben Beobachtungsort. Dieses Problem kann man mit der Wahl unterschiedlicher Teleskopklassen umgehen. Dabei darf nur eine Teleskopklasse je Beobachtungsort vorhanden sein. Das ist aber eine große Ausnahme.

Mit großem Glück und etwas Trickserei kann man auch das Problem mehrerer Teleskope einer Teleskopklasse am selben Beobachtungsort umgehen, indem man zusätzlich verschiedene Werte für die Höhe des Objektes über dem Horizont, also die AIRMASS, angibt.

Die Aufnahmen können dann im Archiv des LCOGT unter <https://archive.lco.global> heruntergeladen werden (Abb. 3). Der Aufruf mit dem Objekt „Achilles“ führt dann zu einer Auflistung der Beobachtungen.

Las Cumbres Observatory Science Archive

2017-04-01 00:00 - 2017-11-30 23:59

Proposal ?

ALL

Include public data

Basename

Looking for an object?

Point ?

Search Sources

RA Dec

Object ?

Achilles

Obstype

ALL

Reduction Level ?

ALL

Site

ALL

Basename	Time	Proposal	Object	Filter	Type	Exp. Time	R.level
coj2m002-fs01-20170602-0033-e00	2017-06-02 12:13:33	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw
ogg2m001-fs02-20170601-0092-e00	2017-06-02 12:12:28	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw
ogg2m001-fs02-20170601-0092-e91	2017-06-02 12:12:28	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Reduced (BANZAI)
coj2m002-fs01-20170602-0032-e00	2017-06-02 12:12:16	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw
ogg2m001-fs02-20170601-0091-e00	2017-06-02 12:11:11	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw
ogg2m001-fs02-20170601-0091-e91	2017-06-02 12:11:11	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Reduced (BANZAI)
coj2m002-fs01-20170602-0031-e00	2017-06-02 12:10:58	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw
ogg2m001-	2017-06-02	FTPEP02014A-003	Achilles	air	EXPOSE	30,000	Raw

Abbildung 3: Achilles-Aufnahmen im LCO-Archiv

3 Das Messprinzip

Der Kleinplanet wird *gleichzeitig* von zwei möglichst weit voneinander entfernten Orten auf der Erde fotografiert. Beim Vergleich der beiden Fotos offenbaren sich etwas unterschiedliche „Blickrichtungen“ zu dem Kleinplaneten – erkennbar an verschiedenen Positionen relativ zum Hintergrund der viel weiter entfernten Fixsterne. Vermessung seiner relativen Positionen auf den Fotos führt zu zwei *topozentrisch äquatorialen Positionen* (α_i, δ_i) des Kleinplaneten. Der Winkelabstand zwischen diesen Positionen ist der von dem (linearen!) Abstand Δ zwischen den beiden Beobachtungsorten hervorgerufene *Parallaxenwinkel* p des Kleinplaneten (s. Abb. 4).

Der Abstand d_A des Kleinplaneten ergibt sich dann gemäß

$$d_A = \frac{\Delta}{\tan p} \approx \frac{\Delta}{p} \quad (p \text{ im Bogenmaß}) \quad (1)$$

Dabei ist zunächst vernachlässigt worden, dass die Verbindungslinie zwischen den Beobachtungsorten nicht senkrecht auf der Richtung zum Kleinplaneten steht.

Für die Entfernung kommt es aber auf den *projizierten Abstand* Δ_{\perp} zwischen den beiden Beobachtungsorten an, der um den Sinus des Projektionswinkels w kleiner ist. Aus (1) wird deshalb

$$d_A = \frac{\Delta_{\perp}}{p} = \frac{\Delta \sin w}{p} \quad (2)$$

4 Etwas mehr Theorie

4.1 Der Parallaxenwinkel

Der Parallaxenwinkel w lässt sich aus den äquatorialen Koordinaten (α_i, δ_i) berechnen, die auf den Bildern der beiden Observatorien gemessen wurden:

$$p = \sqrt{((\alpha_1 - \alpha_2) \cos \delta)^2 + (\delta_1 - \delta_2)^2} \quad (\text{mit } \delta = \delta_1 \text{ oder } \delta = \delta_2) \quad (3)$$

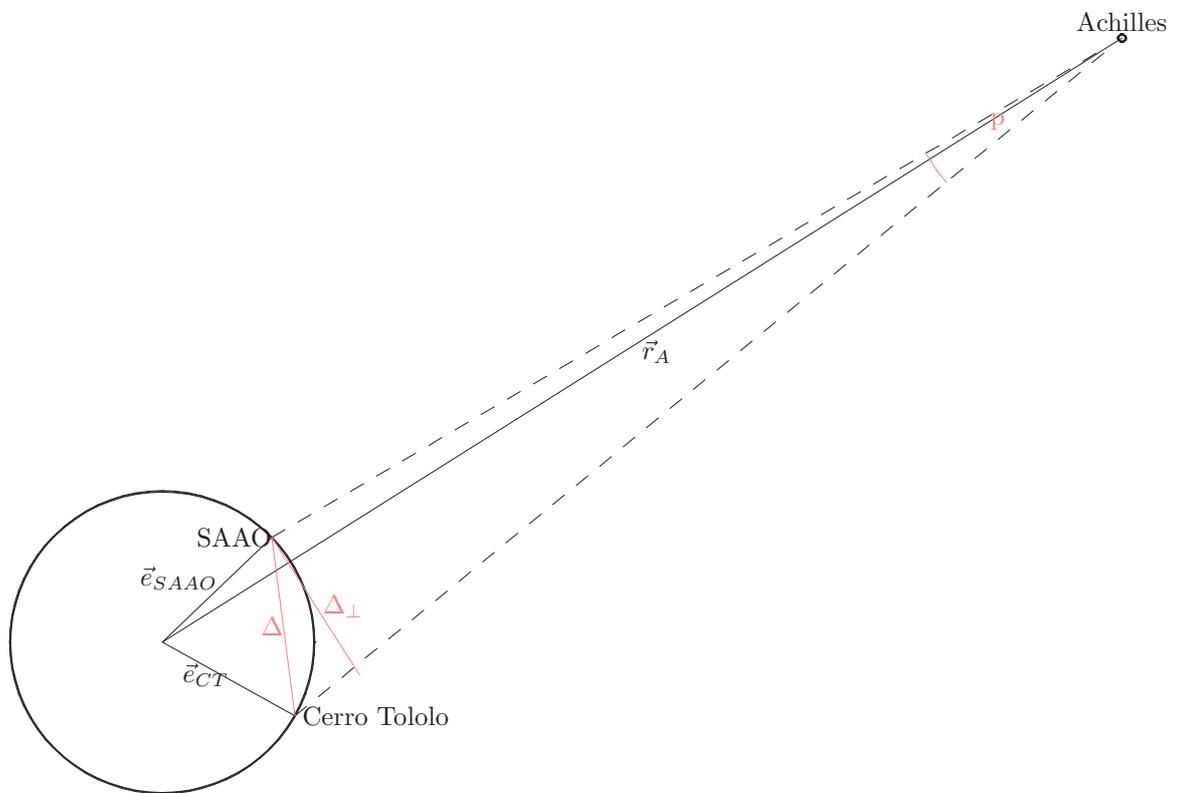


Abbildung 4: Parallaxenmessung durch gleichzeitiges Anpeilen eines Objektes von verschiedenen Orten der Erde, Chile und Südafrika (Blick von Norden auf die Erde)

Eine andere Möglichkeit besteht in der Anwendung von Gleichung (4). Man kann den Winkel auch aus dem Skalarprodukt der Richtungsvektoren berechnen, nachdem die kartesischen Koordinaten gemäß (7) berechnet worden sind.

4.2 Die Basislänge der Parallaxenmessung

Um den linearen Abstand Δ zwischen den Beobachtungsorten berechnen zu können, braucht man ihre geografischen Koordinaten (Breite,Länge) = (φ, λ) . Aus ihnen lässt sich der zwischen den Orten aufgespannte Zentralwinkel η mit Hilfe des Seitenkosinussatzes der sphärischen Geometrie berechnen:

$$\cos \eta = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2) \quad (4)$$

Aus dem Zentralwinkel η ergibt sich der gesuchte Abstand Δ wie folgt:

$$\Delta = 2R_E \sin \frac{\eta}{2} \quad (R_E = \text{Erdradius}) \quad (5)$$

(Machen Sie sich das anhand einer Zeichnung klar!)

Etwas schwieriger ist die Berechnung des Projektionswinkel w . Dazu ist ein wenig Vektorrechnung erforderlich:

- Wenn man die Ortsvektoren \vec{r}_{SAAO} und \vec{r}_{CT} der Observatorien in Südafrika und auf dem Cerro Tololo⁶ und die Richtungsvektoren \vec{e}_1 und \vec{e}_2 der von dort aus beobachteten Positionen von Semiramis als rechtwinklige Koordinaten *in demselben Koordinatensystem* kennt, lässt sich w mit Hilfe des Skalarprodukts berechnen:

$$\cos w = \vec{e} \cdot \frac{\vec{r}_{SAAO} - \vec{r}_{CT}}{|\vec{r}_{SAAO} - \vec{r}_{CT}|} \quad (6)$$

Dabei kann für \vec{e} eine der beiden beobachteten Richtungen genommen werden. (**Warum?**)

- Die rechtwinkligen äquatorialen Richtungskordinaten lassen sich aus den gemessenen Werten für Rektaszension α und Deklination δ berechnen:

$$\vec{e}_i = (x_i, y_i, z_i) = (\cos \alpha_i \cos \delta_i, \sin \alpha_i \cos \delta_i, \sin \delta_i). \quad (7)$$

- Um die Ortsvektoren der Observatorien in gleicher Weise berechnen zu können, mache man sich Folgendes klar:
 - Die Deklination δ eines Ortes auf der Erde ist gleich seiner geografischen Breite φ .
 - Die Sternzeit am Beobachtungsort ist 0 h, wenn der Frühlingspunkt gerade kulminiert. Dann liegen Frühlingspunkt, Beobachtungsort und Erdmittelpunkt in einer Ebene, und die Rektaszension des Ortes stimmt mit der des Frühlingspunktes überein: $\alpha = 0h$. Die Rektaszension des Ortes ändert sich, wie seine Sternzeit, durch eine vollständige Drehung der Erde im Laufe von 23h56min um $24h \triangleq 360^\circ$. Die Rektaszension des Ortes stimmt also zu jeder Zeit mit seiner Sternzeit θ überein.

⁶Genau genommen sind das die durch den Erdradius dividierten Ortsvektoren.

Für die Berechnung der Sternzeit findet man im Internet viele Programme. Die hier benötigten Sternzeiten von Südafrika und Chile werden mitgeteilt.

Aus Sternzeit θ und geografischer Breite φ lassen sich also entsprechend (7) zunächst die Ortsvektoren \vec{e}_{SAAO} und \vec{e}_{CT} und dann mit (6) der Projektionswinkel w berechnen.

5 benötigte Hilfsmittel

- Originalbild vom Cerro Tololo, Chile
Fotos/Cerro Tololo/lsc1m005-fl15-20170530-0148-e11-3-10-03UT.fits
Mit Astrometry.net ausgewertetes Foto vom Cerro Tololo
Fotos/Cerro Tololo/new-image-lsc.fits
Mit Astrometry.net ausgewertetes Foto vom Cerro Tololo
Fotos/Cerro Tololo/new-image-lsc.fits
- Originalbild aus Südafrika
Fotos/SAA0/cpt1m010-fl16-20170530-0061-e11-3-10-40UT.fits
Mit Astrometry.net ausgewertetes Foto aus Südafrika
Fotos/SAA0/new-image-cpt.fits
- Astrometriesoftware (**ImageJ** (<http://rsbweb.nih.gov/ij/>)) zusammen mit dem Astronomy-Plug-In (<http://www.astro.physik.uni-goettingen.de/~hessman/ImageJ/Astronomy/>) oder **AstroImageJ** (<http://www.astro.louisville.edu/software/astroimagej/>), in das das Astronomy-Plug-In bereits integriert ist
- vorbereitete Excel-Tabelle **AuswertungCT-SAA0.xls** (bzw. **AuswertungCT-SAA0mL.xls**) mit den Aufnahmedaten beider Bildserien

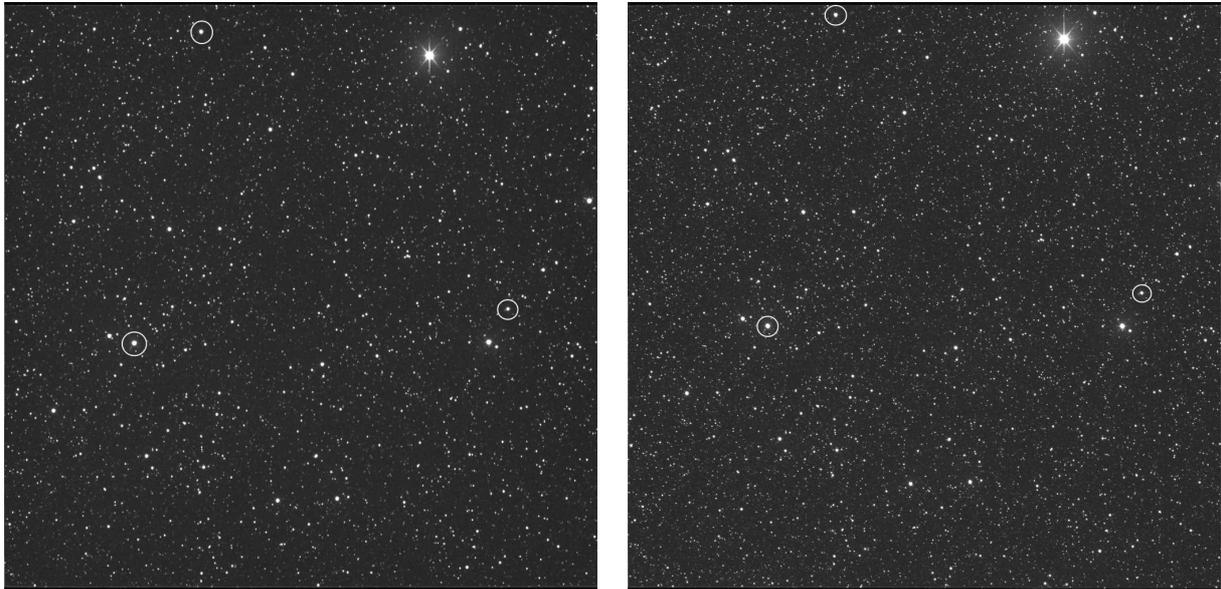


Abbildung 5: Diese Fotos (links: SAAO, rechts: CT) müssen anhand dreier auffälliger Sterne *aligned* werden. Die drei Kreise markieren eine mögliche Auswahl.

6 Aufgaben (mit Lösungen)

In dieser Praktikumsaufgabe werden beispielhaft semiprofessionelle Fotos des **Kleinplaneten Achilles** ausgewertet, die am 30. Mai 2017 auf Antrag eines Mitglieds der Gruppe A&I von zwei Teleskopen des Netzwerks LCOGT nahezu gleichzeitig aufgenommen und 20 s lang belichtet wurden: mit dem 1-m-Spiegel am South African Astronomical Observatory (**SAAO**, 03:10:41 UT) und mit dem 1-m-Spiegel des Inter-American-Observatory auf dem **Cerro Tololo** in Chile (**CT**, 03:10:04 UT).

Die für die folgenden Aufgaben erforderlichen Rechnungen werden durch eine **Exceltabelle** erleichtert, in die die Parameter bereits eingetragen sind. Die Tabelle mit Lösungen enthält die kompletten Rechnungen.

Aufgabe 1 Messen Sie auf den Original-Bildern im Verzeichnis **Fotos** die Positionen des Kleinplaneten. Die Bilder enthalten bereits die dazu erforderlichen Astrometriedaten (World-Coordinate-System- oder WCS-Koordinaten). Verwenden Sie eins der Programme **ImageJ** oder **AstroImageJ**⁷.

Der schwierigste Teil dieser Aufgabe besteht darin, den Kleinplaneten auf den Bildern ausfindig zu machen. Da die Bilder etwas gegeneinander verdreht sind, ist das selbst mit der Information schwierig, dass sich Achilles fast genau in der Mitte der Bilder befindet.

- Laden Sie beide Fotos gleichzeitig (Abb. 5). Um in diesem Sternengewimmel

⁷Dieses Programm gibt die Raktaszension in Stunden an. Die Werte müssen durch Multiplikation mit 15 in Grad umgewandelt werden.

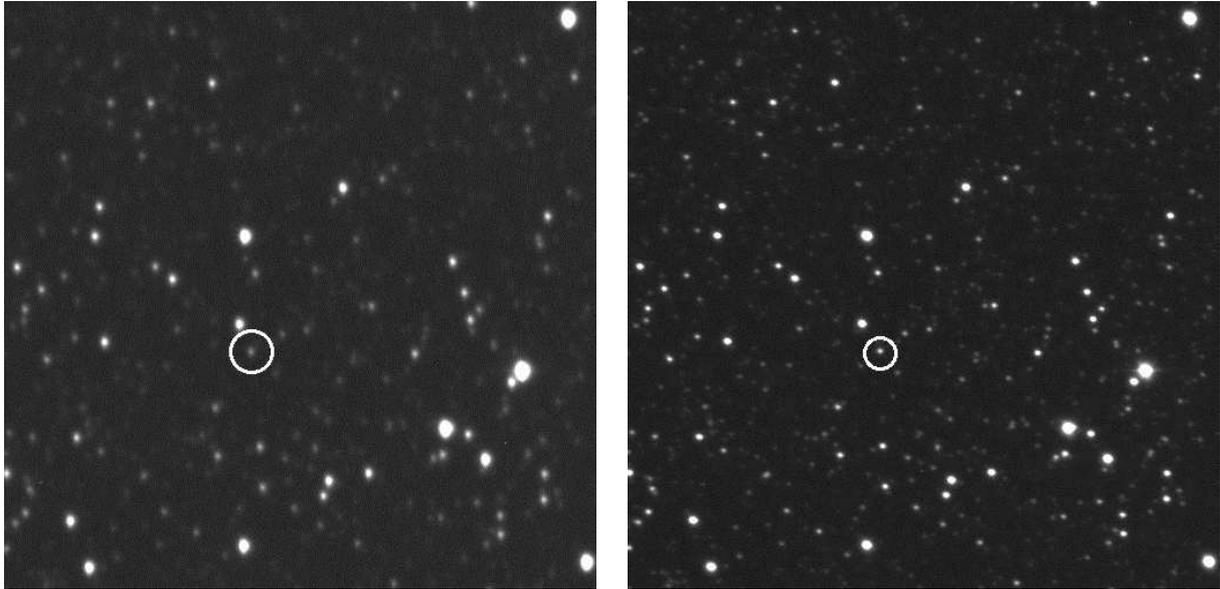


Abbildung 6: Ausschnittsvergrößerungen der Bildmitten (links: SAAO, rechts: CT). Die Kreise kennzeichnen die Positionen von Achilles.

Achilles finden zu können, bringen Sie eins der Bilder durch Verschiebung, Drehung und Skalierung exakt mit dem anderen zur Deckung („alignment“).

- Markieren Sie dazu mit dem **Aperture Phometry Tool** in beiden Bildern *in derselben Reihenfolge* drei auffällige Sterne, die nicht in einer Linie liegen sollten. Die folgenden Aperture-Radien sollten geeignet sein: 5 - 10 - 12.
 - Passen Sie dann eins der Bilder an das andere an: „Plugins → Astronomy → Align Image“ mit der Transformation „Shift+Rotate+Scale“.
 - Packen Sie die beiden zur Deckung gebrachten Bilder in einen Stack („Image → Stacks → Images to Stack“).
 - Vergrößern Sie die Bilder im Stack so stark, dass Sie nur noch einen kleinen Teil der Bildmitte sehen (Abb. 6).
- Wenn Sie dann mit dem Schieber unterhalb des Bildes zwischen den beiden Bildern im Stack hin- und herschalten, sollte sich der Kleinplanet durch seine parallaktische Bewegung bemerkbar machen.
 - **Tipp:** Den aus zwei Bildern bestehenden Stack können Sie als animiertes gif-Bild abspeichern („File → Save As → Animated Gif“). Die Animation können Sie dann mit verschiedenen Bildbetrachtungs- oder -bearbeitungsprogrammen ansehen. Das ist besonders eindrucksvoll, wenn Sie vor dem Abspeichern die Zeitkonstante geeignet eingestellt haben, z. B. auf 0.5 Sekunden („Image → Properties → Frame Interval“).

Lösung: (siehe Abb. 7)

Aufgabe 2 Messen Sie die von Südafrika und vom Cerro Tololo aus fotografierten Positionen des Kleinplaneten und berechnen Sie daraus den Parallaxenwinkel p .

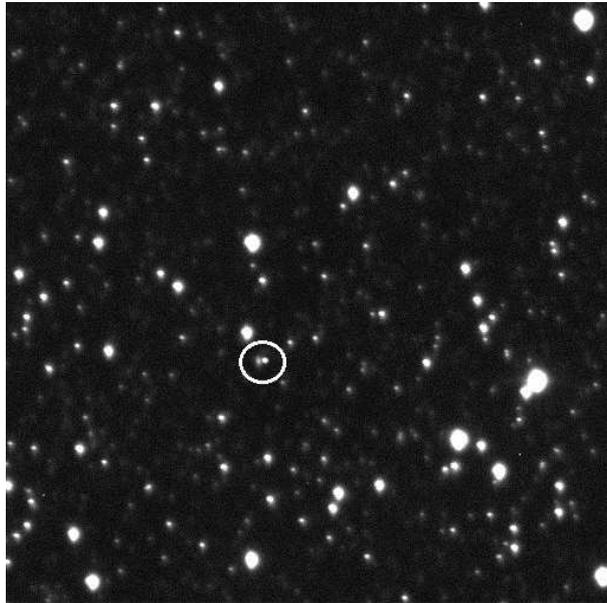


Abbildung 7: Kombination der beiden Bilder des Stacks

Ziehen Sie gerade zunächst eine gerade Linie durch einen hellen Stern im Bildausschnitt, und lassen Sie sich das Linienprofil anzeigen („Analyse → Plot Profile“). Das Profil vermittelt einen Eindruck von Halbwertsbreite und Breite des Beugungsscheibchens – und damit von den geeigneten Radien, die Sie nach Doppelklick auf das Aperture-Symbol einstellen können. Nach einer ersten Positionsmessung mit der Aperture-Routine kann man in der measurementtable den Durchmesser (die „width“) des Planetenscheibchens ansehen und dann ggf. die Radien korrigieren⁸. Nicht vergessen, sich bei Messung die folgenden Parameter anzeigen zu lassen: Julian Date, world coordinates, mean moment width.

Tipp: Versuchen Sie es mit den Radien 5 - 10 - 12.

Übertragen Sie Koordinaten des Kleinplaneten (Rektaszension und Deklination) in die Arbeitsmappe *AuswertungCT-SAAO.xls*.

Lösung:

	Rektaszension α	Deklination δ
<i>SAAO</i>	276.032893°	-32.105533°
<i>Cerro Tololo</i>	276.033609°	-32.105519°

Leiten Sie aus diesen Positionen die parallaktische Verschiebung von Achilles ab.

Lösung: Die parallaktische Verschiebung p kann nach (3), nach (4) oder, nachdem die kartesischen Koordinaten der Richtungsvektoren \vec{e}_{SAAO} und \vec{e}_{CT} nach (7) be-

⁸An Introduction to Astronomical Image Processing with ImageJ (<http://www.astro.physik.uni-goettingen.de/~hessman/ImageJ/Book/>), insbesondere der Abschnitt „Aperture Photometry“ <http://www.astro.physik.uni-goettingen.de/~hessman/ImageJ/Book/Measuring%20Brightness/index.html#photometry>

rechnet worden sind, aus ihrem Skalarprodukt bestimmt werden. Alle drei Methoden führen zu demselben Ergebnis:

$$p = 2.18''$$

Aufgabe 3 Die Entfernung von Achilles

- Bestimmen Sie zunächst den linearen Abstand Δ zwischen SAAO und CT als Vielfaches von R_E aus den geografischen Koordinaten der Standorte der Observatorien.

– SAAO: $\varphi = -32.35^\circ$, $\lambda = 20.81^\circ$

– Cerro Tololo: $\varphi = -30.17^\circ$, $\lambda = -70.80^\circ$

Lösung: Aus dem Seitenkosinussatz (4) ergibt sich zunächst, dass von den beiden Standorten im Erdmittelpunkt ein Winkel von

$$\eta = 75.62^\circ$$

aufgespannt wird.

Nach (5) ergibt sich daraus ein linearer Abstand von

$$\Delta = 1.23R_E.$$

- Berechnen Sie daraus einen ersten Schätzwert für die Entfernung von Semiramis als Vielfaches des Erdradius und in Kilometern ($R_E = 6378km$). Kümmern Sie sich dabei zunächst nicht um den Projektionswinkel.

Lösung: Nach Gleichung (1) ergibt sich

$$d_S = \frac{\Delta}{\tan p} = 115801R_E = 738600000km$$

- Um zu einem besseren Ergebnis zu gelangen, müssen Sie den Winkel zwischen der Verbindung SAAO - CT und der Richtung zu Achilles berücksichtigen. Dazu müssen die Sternzeiten an den Beobachtungsorten zum Zeitpunkt der Aufnahmen bekannt sein⁹ (siehe die Erläuterungen im Anschluss an Gleichung (7)).

Sternzeiten um 3:10:13 UT		
SAAO	21:09:18	317.33°
Cerro Tololo	15:02:09	225.54°

Berechnen Sie nun nach (7) zunächst die kartesischen Koordinaten \vec{e} der Observatorien und des Kleinplaneten und daraus mit Hilfe des Skalarprodukts den Projektionswinkel.

⁹Man kann sie in den Fits-Headern finden.

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_{SAAO} &= (0.621120493, -0.57265191, -0.53505058) \\
 \vec{e}_{CT} &= (-0.605575101, -0.617045014, -0.502527857) \\
 \implies \vec{e}_{SAAO} - \vec{e}_{CT} &= (1.226695595, 0.044393104, -0.032522722) \\
 \implies \vec{e}_{SAAO \rightarrow CT} &= (0.998995233, 0.036152815, -0.026485825) \\
 \vec{e}_1 &= (0.089026605, -0.842379289, -0.531480383) \\
 \vec{e}_2 &= (0.089037146, -0.842378305, -0.531480176) \\
 \implies w &= \arccos(\vec{e}_{SAAO \rightarrow CT} \cdot \vec{e}_1) = 86^\circ
 \end{aligned}$$

Damit lassen sich nun die projizierte Basislänge Δ_\perp der Parallaxenmessung und ein verbesserter Wert für die Entfernung von Semiramis berechnen.

Lösung:

$$d_S = \frac{\Delta_\perp}{\tan p} = \frac{\Delta \sin w}{\tan p} = \frac{1.22R_E}{\tan p} = 115496R_E = 736649000km$$

Aufgabe 4 Vergleich mit der Astronomischen Einheit

Beim Minor Planet & Comet Ephemeris Service der IAU¹⁰ finden Sie für den 31. Mai 2017 um 3:00 UT einen geozentrischen Abstand von Achilles von $\mathbf{d_{SMPs} = 5.049AE}$. Dieser Wert lässt sich im Prinzip berechnen, ohne den Zahlenwert der Astronomischen Einheit zu kennen!

Rechnen Sie nun zum Schluss Ihr Ergebnis für die Entfernung von Achilles in ein Vielfaches der Astronomischen Einheit ($\mathbf{1AE = 23454.78km}$) um, und geben Sie die relative Abweichung Ihres Wertes vom „richtigen“ Wert an.

Lösung:

$$d_A = \frac{115496R_E}{23454.78 \frac{R_E}{AE}} = 4.9AE, \quad \text{Abweichung: } -2.5\%$$

Anregung Eine noch deutlich bessere Übereinstimmung mit der wahren Entfernung von Achilles erhalten Sie, wenn Sie die Originalbilder von [Astrometrie.net](http://astrometry.net) analysieren und mit WCS-Koordinaten versehen lassen und dann die eben durchgeführte Auswertung mit diesen Bildern wiederholen.

Lösung: Die analysierten Bilder (`new-image-cpt.fits` und `new-image-lsc.fits`) befinden sich zusätzlich in den Materialien. In ihnen kann man die folgenden Koordinaten messen:

	Rekaszension α	Deklination δ
SAAO	276.032936°	-32.105488°
Cerro Tololo	276.033642°	-32.105462°

¹⁰<http://www.minorplanetcenter.net/iau/MPEph/MPEph.html>

Aus ihnen ergibt sich eine parallaktische Verschiebung von $p = 2.15''$ und schließlich die Entfernung von Achilles zu $d_A = 5.0AE$ (s die Excel-Tabelle AuswertungCT-SAAOAstrometry.xls).

Die Abweichung von nur 1% ist für eine so große Entfernung recht befriedigend!