

Alltagsmechanik mit GPS

U. Backhaus, Universität Essen

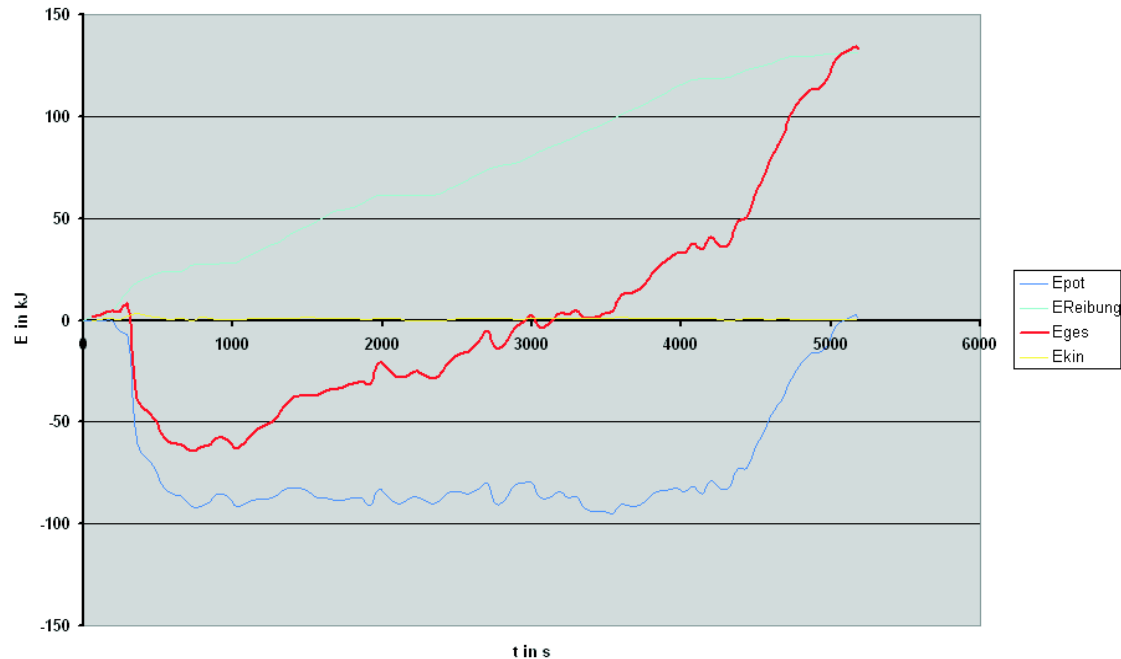


Abbildung 1: Energieumsatz bei einer Spazierfahrt mit dem Fahrrad

Mit GPS-Empfängern stehen seit einiger Zeit handliche und preiswerte Messgeräte zur Verfügung, mit denen sich alltägliche Bewegungen, z.B. Wanderungen, Läufe, Fahrrad- und Autofahrten, zwei- oder sogar dreidimensional erfassen und anschließend am PC auswerten lassen. Es werden Anregungen für die kinematische und dynamische Auswertung gegeben, die dazu beitragen sollen, die Diskrepanz zwischen Lebenswelt und Physikunterricht zu verringern.

1 Einleitung

Die Schwierigkeiten von Lernenden mit den Grundbegriffen der Mechanik sind seit langem bekannt (siehe z.B. [8]), ebenso ihre Probleme beim Erstellen und Interpretieren von Diagrammen allgemein und von Bewegungsdiagrammen im Besonderen (siehe z.B. [4]). Diese Lernschwierigkeiten sind zunächst mit dem Force Concept Inventory Test (FCI, siehe [7]) untersucht worden, waren aber auch Gegenstand von TIMSS und PISA.

Ihnen kann begegnet werden durch den immer wieder geübten Einsatz solcher Diagramme. Wenn dabei selbst durchgeführte Bewegungen erfasst und in Diagrammen dargestellt und diese dann interpretiert und mit den eigenen Erfahrungen verglichen werden, wird über das Einüben physikalischer Arbeitsweisen hinaus ein Beitrag zu größerer Lebensnähe und besserer Akzeptanz des Physikunterrichts geleistet.

Auf die Möglichkeiten des Global Posi-

tioning Systems (GPS) bei der Aufzeichnung alltäglicher Bewegungen und seines Einsatzes in der Physikausbildung haben Budisa und Planinšič bereits 2003 aufmerksam gemacht ([6]). Da GPS-Empfänger inzwischen deutlich billiger und vielseitiger geworden sind und die Übertragung und anschließende Weiterverarbeitung auf dem PC keine Probleme mehr darstellen, soll hier erneut an die damit verknüpften Möglichkeiten erinnert und auf zusätzliche Möglichkeiten, insbesondere bei energetischen Untersuchungen, hingewiesen werden.

2 Das Gerät

Es gibt inzwischen eine Vielzahl handlicher und erschwinglicher GPS-Empfänger mit den erforderlichen Fähigkeiten. Ein Beispiel ist der Empfänger Foretrex 101 der Firma Garmin ([1]), der nicht viel größer als eine Armbanduhr ist und wie eine solche getragen werden kann. Mit einem Preis von ca. 180 Euro ist er deutlich billiger als die meisten Messgeräte von Lehrmittelfirmen. Darüber hinaus ist er ein Alltagsgerät, das heute bereits bei sportlichen Tätigkeiten und Autofahren verwendet und in den nächsten Jahren sicher eine weiter zunehmende Verbreitung finden wird.

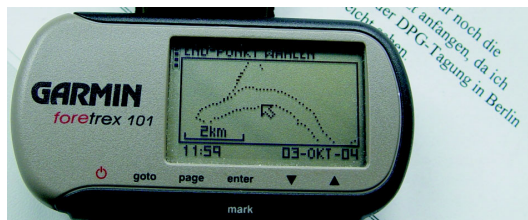


Abbildung 2: Garmin Foretrex 101

Die Grundfähigkeit von GPS-Empfängern besteht darin, die eigene geografische Position auf ca. 5 m genau zu messen und in Sekundenabstand aufzuzeichnen. Diese Daten werden bereits intern in vielfältiger Weise weiterverarbeitet (grafische Darstellung (Abb. 2), Geschwindigkeit, zurückgelegter Weg, s. Abb. 3). Für die Übertragung auf einen PC ist lediglich ein zusätzliches Kabel für die Verbindung mit dem Parallelport erforderlich. Es gibt verschiedene Public-Domain- und Shareware-Programme (z.B. [2]), die die Daten aufnehmen, weiterverarbeiten und für andere Programme zugänglich machen.



Abbildung 3: Einige Anzeigemöglichkeiten des Gerätes

Ein vom Empfänger gelieferter Datensatz enthält geografische Koordinaten (Länge und Breite), Höhe über NN, Datum, Uhrzeit, vergangene Zeit, zurückgelegte Strecke und Geschwindigkeit. Die Daten können als ASCII-Tabelle abgespeichert und leicht so umformatiert werden, dass sie, z.B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, nach eigenen Zielsetzungen weiter ausgewertet werden können (siehe z.B. das selbst geschriebene kleine Programm `GPSAuswertung.exe` ([3])).

Die Einsatz- und Auswertungsmöglichkeiten werden im Folgenden am Beispiel eines sonntäglichen Fahrradausflugs erläutert.

3 Kinematik

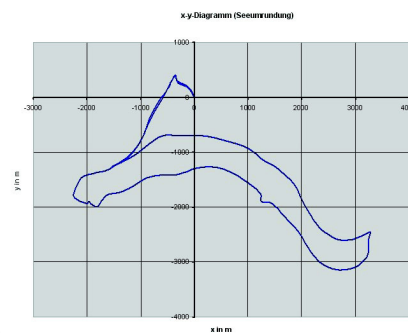


Abbildung 4: x-y-Darstellung einer Seemrundung

In Abbildung 4 ist die „Bahnkurve“ der Fahrt in einem rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem dargestellt. Die Koordinaten wurden gemäß

$$\begin{aligned}x &= R_E \cos \varphi \sin \lambda - x_0 \\y &= R_E \cos \varphi \cos \lambda - y_0\end{aligned}$$

aus der geografischen Breite φ und Länge λ und dem Erdradius R_E berechnet. (x_0, y_0) ist die Position des Start- und Zielpunktes.

Ortskundige werden in der Bahnkurve leicht den Baldeneysee südlich von Essen erkennen, auch ohne dass die Daten durch ein zusätzliches Programm ([5]) in eine geografische Karte eingetragen werden (Abb. 5).

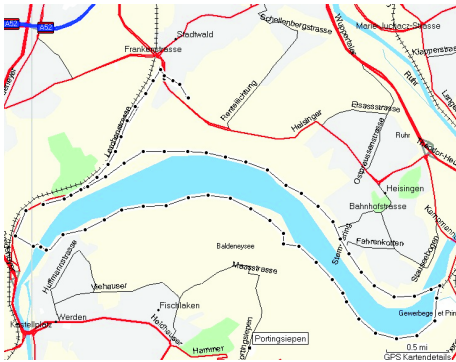


Abbildung 5: Mit Hilfe des Programmes MapSource in eine Karte eingezeichnete Bahnkurve

Abbildungen 6 und 7 zeigen den zurückgelegten Weg als Funktion der benötigten Zeit und die zugehörige Geschwindigkeit¹. Längere horizontale Abschnitte in Abb. 6 lassen sich in der Erinnerung Umkleidestopps, Picknickpausen u.Ä. zuordnen, die größere Geschwindigkeit zu Beginn und die langsamere Fahrt gegen Ende sind auf die Lage des Start- und Zielpunktes ca. 100 m über dem See (s. Abb. 8) und die damit verbunden Steigungen zurückzuführen.

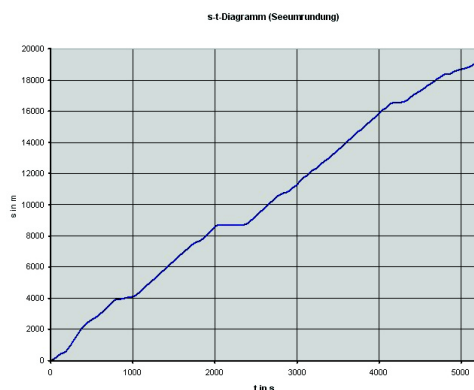


Abbildung 6: Der zurückgelegte Weg als Funktion der Zeit

¹Genauer handelt es sich um die „Tachoanzeige“ oder Schnelligkeit. Die vektorielle Geschwindigkeit wird hier nicht untersucht.

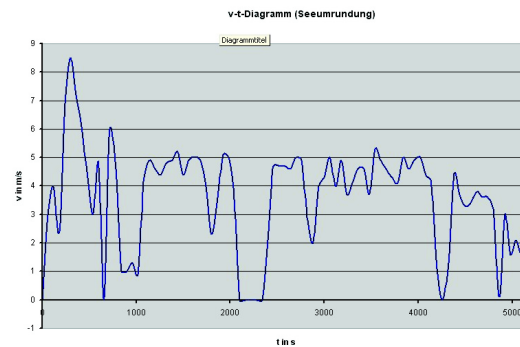


Abbildung 7: Die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit

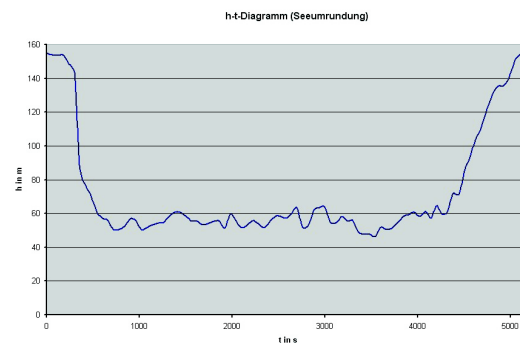


Abbildung 8: Die Höhe als Funktion der Zeit

4 Energetik

Es ist möglich, aus den kinematischen Daten auf Energieverbrauch und Leistung zu schließen. Allerdings reicht es dazu nicht, aus Geschwindigkeit und Höhe Bewegungsenergie E_{kin} und Lageenergie E_{pot} zu berechnen: Bei beiden sind Anfangs- und Endwerte identisch; sie sind also nicht mit Nettoenergieumsatz verbunden.

Der Energieumsatz bei der Fahrt beruht im Wesentlichen auf der durch Luft- und Lagerreibung verursachten Energiedissipation. Um diese bestimmen zu können, muss bekannt sein, wie die Dissipationsleistung mit der Geschwindigkeit zusammenhängt.

4.1 Messung der Reibungsleistung

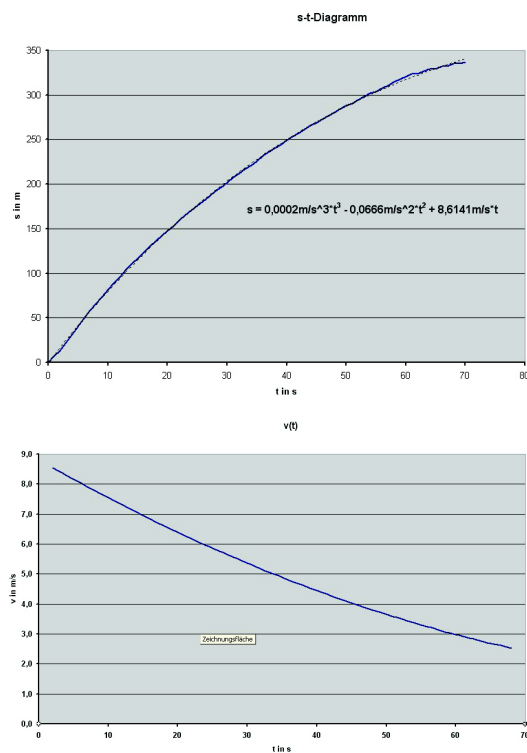


Abbildung 9: Die Ausrollbewegung eines Fahrradfahrers (oben) und die zugehörige Geschwindigkeitsabnahme

Um die Reibungsleistung zu messen, lässt man sich, beginnend mit möglichst großer Anfangsgeschwindigkeit, auf ebener und glatter Strecke ausrollen (Abb. 9). Aus dem zugehörigen Geschwindigkeitsverlauf lassen sich dann bei bekannter Gesamtmasse die kinetische Energie und ihre Abnahme, die mit der Reibung verbundene Leistung also, berechnen (Abb. 10).

$$v(t) \longrightarrow E_{kin}(t)$$

$$E_{kin}(t) \longrightarrow P(t) = -\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t}$$

Damit kann man aber auch die Reibungsleistung als Funktion der Geschwindigkeit bestimmen (Abb. 11):

$$\left. \begin{matrix} v(t) \\ P(t) \end{matrix} \right\} \implies P(v)$$

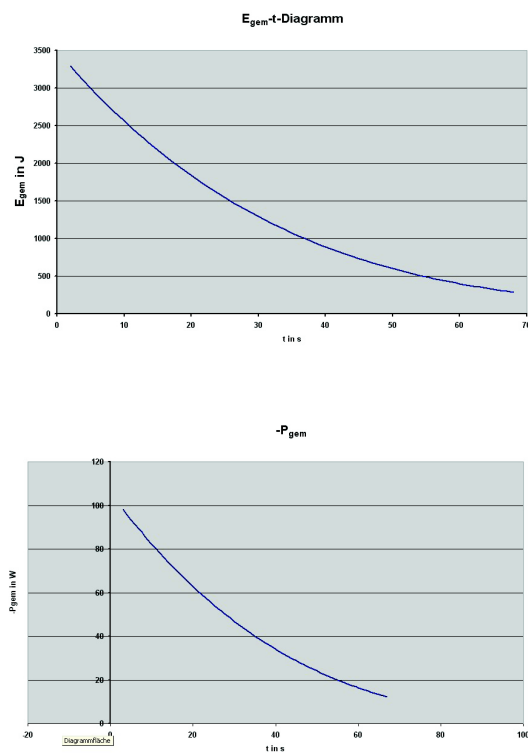


Abbildung 10: Aus der Geschwindigkeit berechnete kinetische Energie (oben) und die zugehörige Leistung

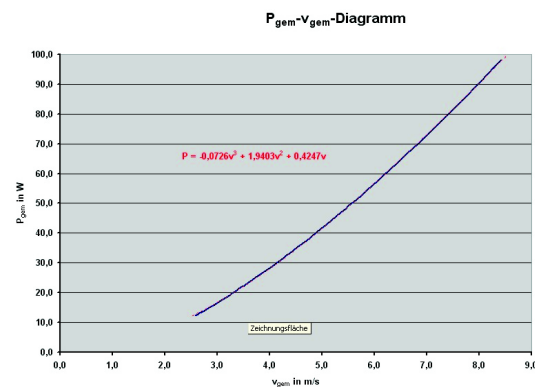


Abbildung 11: Zusammenhang zwischen Reibungsleistung und Geschwindigkeit

Diese Leistung $P(v)$ muss ein Fahrradfahrer gerade aufbringen, um den Energieverlust durch Reibung auszugleichen und mit konstanter Geschwindigkeit v zu fahren.

4.2 Energieumsatz bei der Seeumrundung

Vorausgesetzt, dass die aus Ausrollkurven abgeleitete Reibungsleistung *nur* von der Geschwindigkeit abhängt², ist es nun möglich, zu jeder Fahrt aus der $v(t)$ -Kurve zunächst die Reibungsleistung als Funktion der Zeit zu berechnen. Durch Integration, genauer: durch Aufsummieren, erhält man daraus die mit der Zeit umgesetzte Energie (Abb.12):

$$E(t) = \int_0^t P(\xi) d\xi \longrightarrow$$

$$E(t_i) \approx E(t_{i-1}) + P(t_i)(t_i - t_{i-1})$$

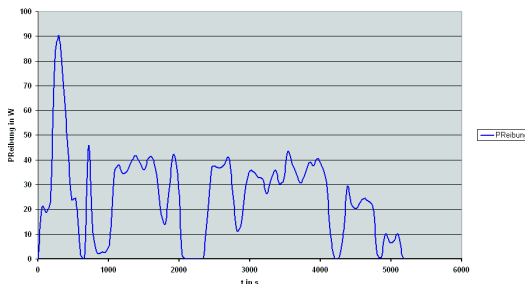


Abbildung 12: Aus der Geschwindigkeit (Abb. 7) berechnete Reibungsleistung

Auch wenn die Höhenänderung bei einer Rundtour keinen Beitrag zum Nettoenergieumsatz liefert³, hat sie, wie jeder Fahrradfahrer weiß, doch einen wesentlichen Einfluss auf den momentanen Energieumsatz.

Abbildung 1 zeigt den gesamten Energieumsatz während der Fahrt: Die dissipierte Energie $E_{Reibung}$ ist eine monoton mit der Zeit wachsende Linie, die den Verlauf des Ausflugs mehr oder weniger direkt widerspiegelt. Der Umsatz an Lageenergie E_{pot} ist von derselben Größenordnung⁴. Die Bewegungsenergie E_{kin} (gelbe Linie) spielt praktisch keine Rolle. Die rote Kurve zeigt den gesamten Energieumsatz, der nach 85 Minuten auf nur ca. 130 kJ angewachsen ist.

²Diese Annahme ist natürlich nur eine grobe Näherung. Tatsächlich hängt die Leistung von Wind, Bodenbeschaffenheit, Körperhaltung, Kleidung usw. ab.

³Über den Realitätsgehalt dieser Aussage lässt sich lange diskutieren: In der Regel ist es kaum möglich, die bei einer Talfahrt gewonnene Energie für den nächsten Anstieg wieder zu nutzen!

⁴Wenn die Kurven die ganze Realität wiedergäben, hätten wir in den ersten 50 Minuten des Ausfluges praktisch nicht zu treten brauchen.

Ernüchternderweise erhöht sich der Energieverbrauch auch bei einer sportlichen Wiederholung der Tour, trotz durchgeschwitzter Kleidung, nur auf ca. 190 kJ (Abb. 13). Allerdings ist die mittlere Leistung aufgrund der deutlich kürzeren Zeit etwa doppelt so groß: $\bar{P} \approx 50W$.

5 Ausblick

Bei den dargestellten Überlegungen handelt es sich um Voruntersuchungen, die zu eigenen Experimenten anregen sollen. Im Rahmen einer Examensarbeit sollen sie auf Fahrten mit unterschiedlichen Fahrzeugen ausgedehnt und insbesondere die Reproduzierbarkeit von Ausrollkurven und ihre Abhängigkeit von den verschiedenen Parametern gründlich untersucht werden. Der Anregung von Budisa und Planinšič ([6]) folgend soll darüberhinaus aus den auftretenden Beschleunigungen auf die wirkenden Kräfte geschlossen werden. Allerdings spielen bei der dazu erforderlichen doppelten Ableitung Messfehler eine große Rolle. Erste Konsistenzprüfungen dazu, die darin bestanden, aus der berechneten Beschleunigung umgekehrt den gefahrenen Weg zu reproduzieren, waren noch nicht sehr erfolgreich.

Literatur

- [1] <http://www.garmin.de/Produktbeschreibungen/Foretrex101.php>
- [2] GPSUtility, <http://www.gpsu.co.uk>
- [3] GPSAuswertung.exe, kleines Programm zur Aufbereitung der von GPSUtility abgespeicherten Daten in eine von Excel importierbare Tabelle, kann beim Autor angefordert werden
- [4] Heuer: *Aristoteles siegt immer noch über Newton. Unzulängliches Dynamikverstehen in Klasse 11*, MNU **50/5**, 280 (1997)
- [5] MapSource, <http://www.garmin.de/MapSource.php>

[6] M. Budisa, G. Planinšič: *Teaching motion with the Global Positioning System*, Phys. Educ. **38/6**, 512 (2003)

[7] J. Gerdes, H. Schecker: *Der Force Concept Inventory. Ein diagnostischer Test*

zu Schülervorstellungen in der Mechanik, MNU **52/5**, 283 (1999)

[8] R. Wodzinski: *Untersuchungen von Lernprozessen beim Lernen Newtonscher Dynamik im Anfangsunterricht*, LIT Verlag: Münster 1996

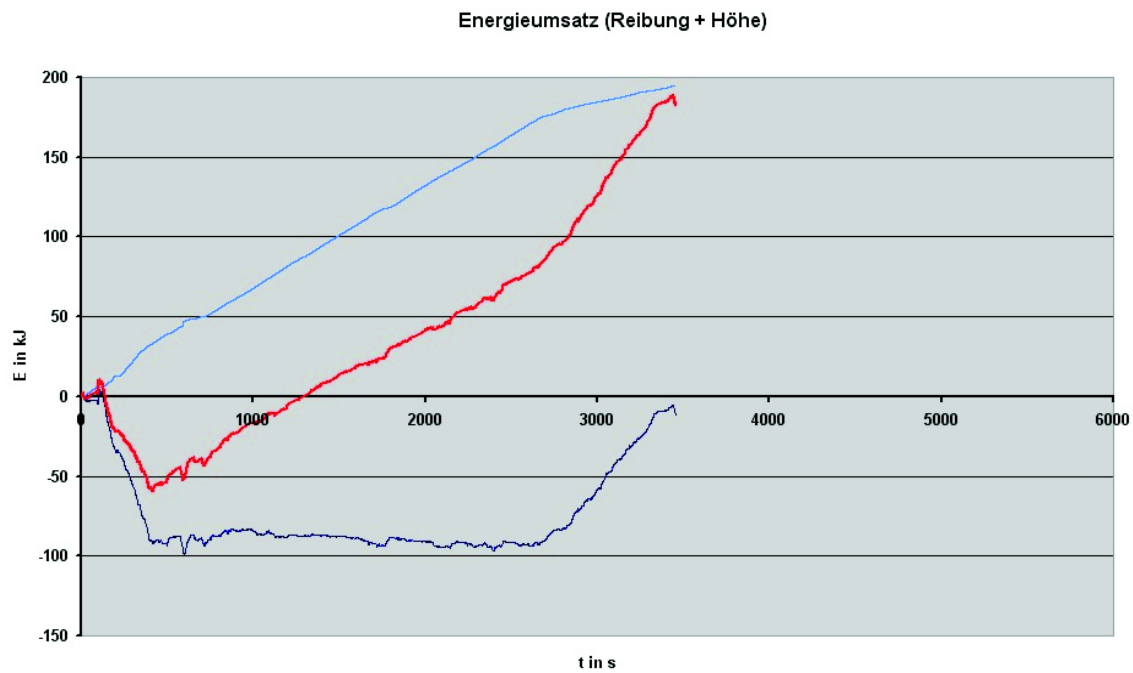


Abbildung 13: Der Energieumsatz bei einer sportlichen Wiederholung derselben Fahrradtour (vgl. Abb. 1)