Das Aussehen sich relativistisch bewegender Körper

Udo Backhaus, Universität Duisburg-Essen

17. März 2005

Bei der optischen Wahrnehmung verändert die endliche Lichtgeschwindigkeit das Aussehen sich schnell bewegender Objekte völlig. Dieser Effekt ist in der Frühzeit der Relativitätstheorie lange übersehen worden. Heute kann er durch Computeranimationen veranschaulicht werden. Die wesentlichen Aspekte sind aber bereits mit den Mitteln der Schulmathematik und -physik zu verstehen.

1 Der Radfahrer

Die spezielle Relativitätstheorie basiert auf zwei grundlegenden Postulaten:

Erstes Postulat: Absolute gleichförmige Bewegung kann nicht festgestellt werden.

Zweites Postulat: Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle.

So harmlos diese Postulate auf den ersten Blick aussehen, ergeben sich doch aus ihnen weitreichende und überraschende Folgerungen: Zunächst zeigt sich, dass unterschiedliche Beobachter über die Gleichzeitigkeit von Ereignissen, die an verschiedenen Orten stattfinden, unterschiedlicher Meinung sein können.

Relativität der Gleichzeitigkeit: Ereignisse, die für einen Beobachter gleichzeitig sind, treten für einen sich gegenüber dem ersten bewegenden Beobachter zu unterschiedlichen Zeiten ein.

Die Ausmaße eines Objektes werden dadurch bestimmt, dass die Positionen verschiedener Teile des Objektes *gleichzeitig* gemessen werden. Da aber gegeneinander bewegte Beobachter über die Gleichzeitigkeit uneins sind, kommen sie auch bei der Längenmessung zu unterschiedlichen Ergebnissen. Als weitere unmittelbare Folgerung aus den Grundpostulaten ergibt sich deshalb die

Lorentz-Kontraktion: Die Länge eines Objektes hängt von seinem Bewegungszustand ab. Das Objekt ist in Bewegungsrichtung umso kürzer, je schneller es sich bewegt. Zwischen der Länge l_0, die ein Beobachter misst, für den das Objekt ruht, und der Länge l, die ein Beobachter misst, für den das Objekt eine Geschwindigkeit v hat, besteht folgender Zusammenhang:

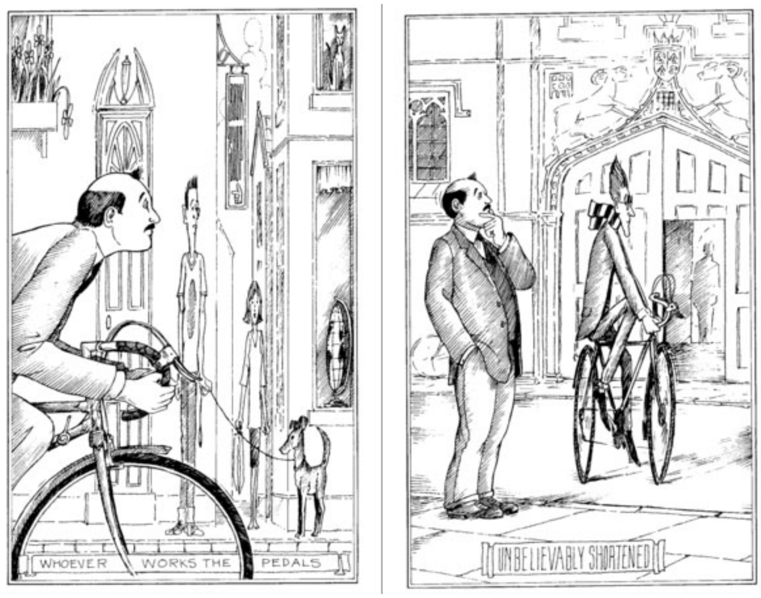

Abbildung 1: Für den Radfahrer sind die Objekte am Straßenrand verkürzt (links), für den Beobachter am Straßenrand dagegen sieht der Fahrradfahrer kürzer als normal aus (rechts). (Darstellung in [2])

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Wegen der Unanschaulichkeit dieser Aussagen, die darauf beruht, dass wir nicht mit Bewegungen vertraut sind, deren Geschwindigkeit in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit liegen, wurde schon früh versucht, die Aussagen der Relativitätstheorie dadurch zu veranschaulichen, dass die Lichtgeschwindigkeit in Gedanken auf den vertrauten Wert von $c = 30\frac{km}{h}$ heruntergesetzt wurden ([2]). Die Aussagen der Relativitätstheorie können dann an alltäglichen Bewegungen erläutert werden, z.B. an einem Fahrradfahrer, der vom Straßenrand beobachtet wird, der sich aber seinerseits die Umgebung ansieht, durch die er fährt (Abb. 1).

Beide Bilder zeigen die Verkürzung in Bewegungsrichtung. Auffällig ist aber die Symmetrie: Für den „verkürzten Fahrradfahrer“ erscheint nicht etwa die Umgebung verlängert, sondern aufgrund ihrer Bewegung wiederum verkürzt – eine direkte Folge des ersten Postulates!

Bei der Herstellung dieser Bilder und bei den zugehörigen Beschreibungen wurde aber ein wichtiger Aspekt übersehen: *Zwischen Messung und Beobachtung besteht ein wesentlicher Unterschied.* Die Lorentz-Kontraktion ergibt sich als Ergebnis gleichzeitiger Messungen. Wenn man aber ausgedehnte Objekte ansieht oder fotografiert, dann registriert man Licht, das gleichzeitig ins Auge oder in eine Kamera fällt. Wegen der verschiedenen Entfernungen verschiedener Teile des Objektes muss das Licht zu unterschiedlichen Zeiten ausgesendet worden sein. Wenn sich das Objekt schnell bewegt, heißt das aber auch: Die verschiedenen Teile des Objektes werden an verschiedenen Stellen der Bewegung abgebildet! Dadurch kann das Bild das Objekt in völlig veränderter Form darstellen.

Abbildung 2: Flug durch Brandenburger Tor

> *Mr. Tompkins würde seinen Augen nicht trauen, und doch ist es wahr: Er könnte die Verkürzung bewegter Körper niemals beobachten. Sein Traum würde ihn in eine völlig neue Welt führen, in eine Welt, in der sich Radfahrer nicht verkürzen, sondern verdrehen. ... (Er) wird sich nämlich drehen und scheinbar in die Kamera hineinfahren wollen, ohne dabei aber von seinem geradlinigen Weg abzuweichen.*

Diese Erkenntnis, die R. Sexl bereits 1980 in seiner deutschen Übersetzung [1] des Buches von Gamow ([2]) formulierte, hat sich aber noch nicht weit herumgesprochen. So wurde erst 1999 eine unveränderte englische Fassung gedruckt.

2 Das Brandenburger Tor

Bekannt und populär gemacht wurde der Einfluss der endlichen Lichtgeschwindigkeit auf die optische Wahrnehmung durch Tübinger Physiker, die die Effekte in einem Film visualisierten, der einen fast lichtschnellen Flug durch das Brandenburger Tor darstellt ([4]).

Der Film zeigt folgende überraschenden Effekte (siehe auch Abb. 2):

- Die senkrechten und waagerechten Kanten erscheinen stark verbogen.
- Die Tiefe des Tores, d.h. seine Ausdehnung in Bewegungsrichtung, erscheint größer als in Wirklichkeit.
- Im letzten Teil des Filmes wird die Rückseite des Tores sichtbar, obwohl die Kamera weiterhin nach vorn ausgerichtet ist.
- Der mit quadratischen Fliesen gekachelte Boden erscheint stark verzerrt.

Wie ist es möglich diese Aspekte qualitativ zu verstehen und zu berechnen. Ist es vielleicht möglich, selbst einen solchen Film herzustellen?

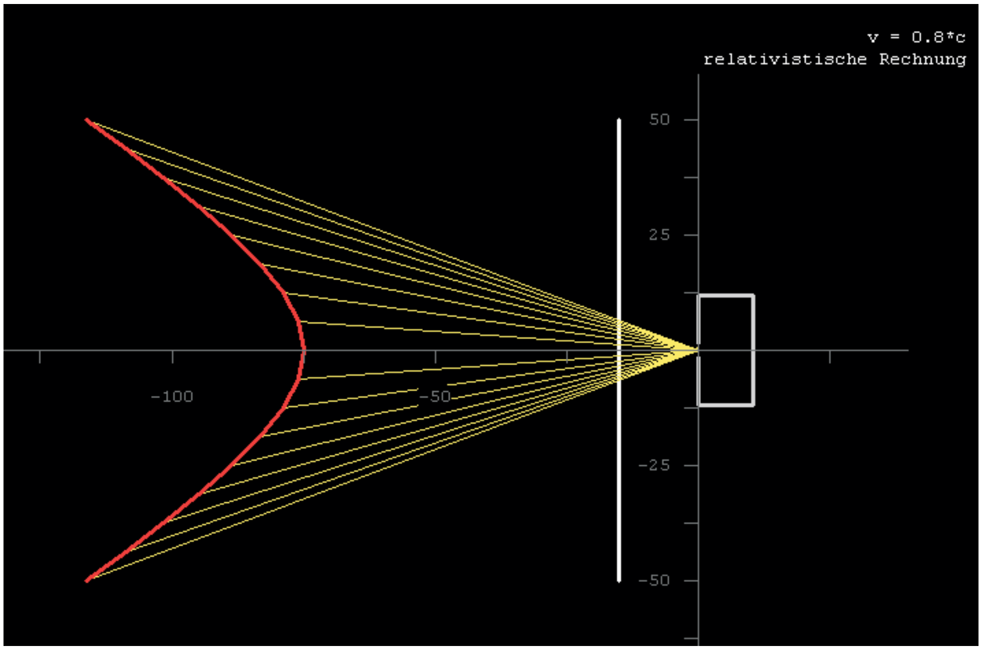

Abbildung 3: Durch die endliche Lichtgeschwindigkeit erscheint der Stab (an der Stelle $x = -15m$) an den Enden nach hinten gebogen ($v = 0,8c$).

3 Ein schnell bewegter Stab

Bei einem Stab, der auf einen Beobachter zufliegt, macht sich der Laufzeiteffekt dadurch bemerkbar, dass das Licht, das gleichzeitig in die Kamera gelangt, von den äußeren Enden des Stabes früher ausgesendet worden sein muss als von der Stabmitte. Das heißt aber, die Stabenden werden zu einem früheren Zeitpunkt, und damit weiter hinten, abgebildet. Dadurch erscheint der Stab an den Enden nach hinten gekrümmt. Abbildung 3 stellt diesen Effekt für den Fall $v = 0,8c$ dar. Zum Zeitpunkt der Aufnahme befindet sich der Stab 15 m vor der Kamera. Das Bild ist allerdings insofern irreführend, als es vorgibt, der Effekt könne von der Seite beobachtet werden. Tatsächlich aber ist er nur von vorn sichtbar.

Es ist möglich, die scheinbare Form des Stabes zu verstehen und damit genauer zu durchschauen, von welchen Parametern sie abhängt: Die x-Achse zeige von der Blende der Kamera nach rechts. Der Stab bewege sich in x-Richtung. Ein Punkt (x, y, z) dieses Stabes wird an der scheinbaren Position (x_s, y_s, z_s) abgebildet, für die gilt (s. Abb. 4):

$$\begin{aligned} x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 &= c^2 \Delta t^2 \\ x_s - x &= v \Delta t \\ y_s &= y \\ z_s &= z \end{aligned}$$

Elimination von Δt und Umstellung führt auf folgende Beziehung zwischen x_s und z_s ($\beta = \frac{v}{c}$):

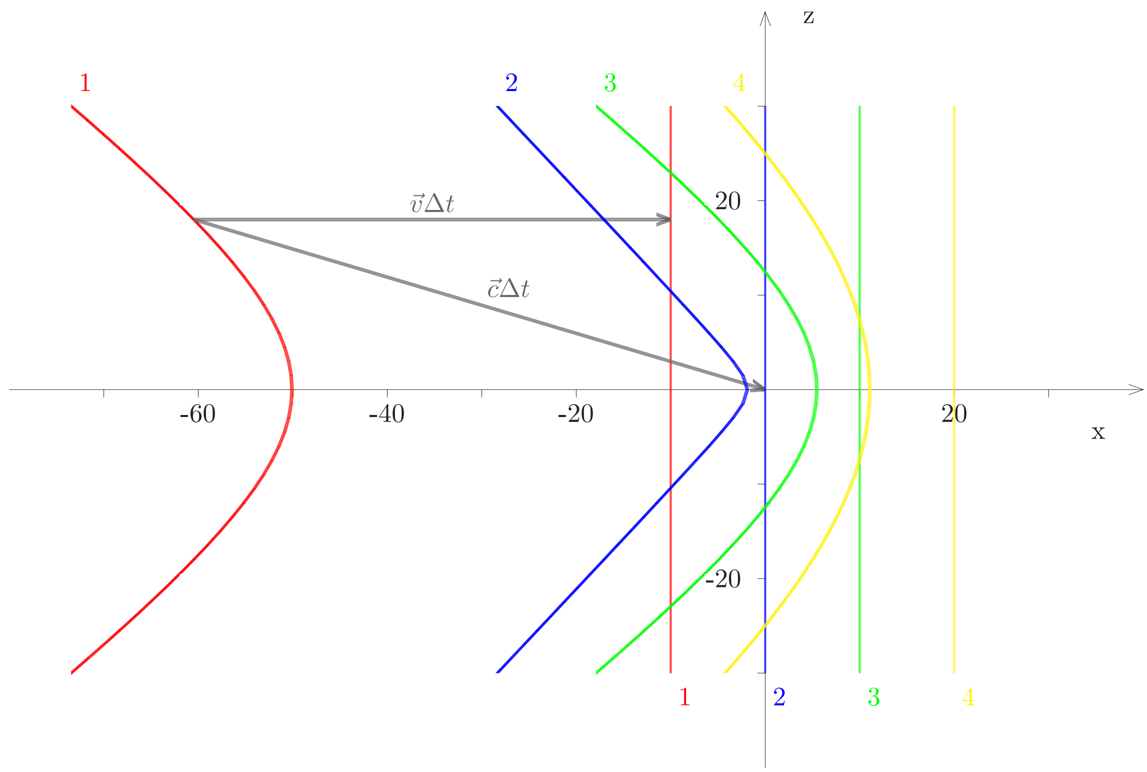

Abbildung 4: Scheinbare Form eines senkrechten Stabes, dessen Flugbahn $5m$ hinter dem Beobachter vorbeigeht. Gezeichnet sind vier Positionen des Stabes und die dazugehörige scheinbare Position und Form.

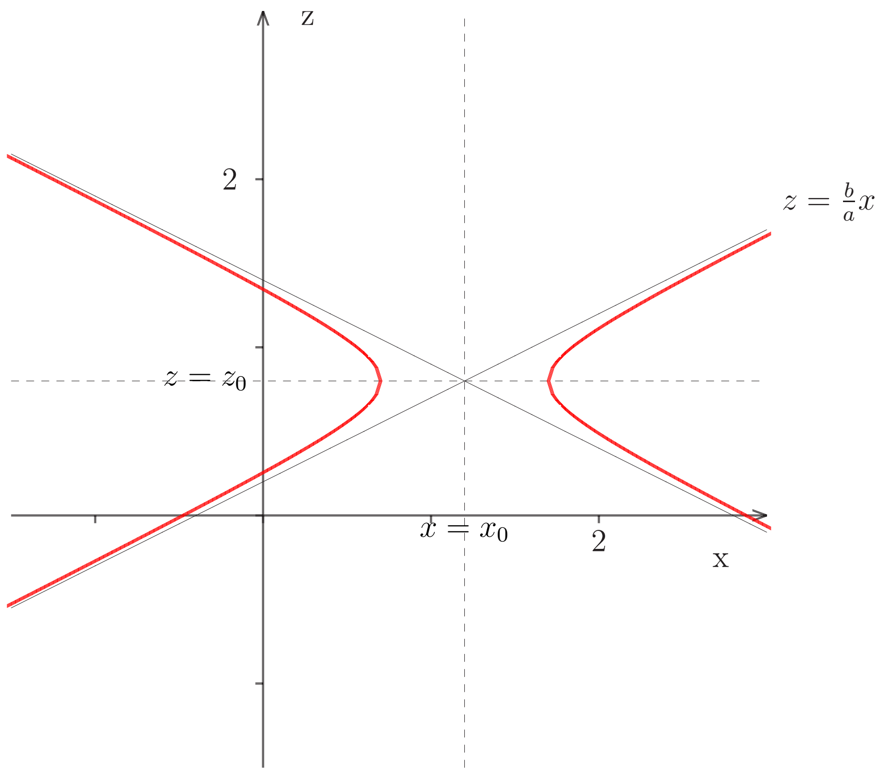

Abbildung 5: Die Parameter einer Hyperbel

$$\boldsymbol{\frac{1-\beta^2}{\beta^2}\left(x_s - \frac{x}{1-\beta^2}\right)^2 - z_s^2 = \frac{x^2}{1-\beta^2} + y^2} \tag{1}$$

Das ist die Gleichung einer Hyperbel.

Einschub: Hyperbeln

Eine Hyperbel (Abb. 5) ist durch die folgende Gleichung definiert:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(z-z_0)^2}{b^2} = 1 \tag{2}$$

Dabei sind (x_0, z_0) der Symmetriepunkt und $\pm\frac{b}{a}$ die Steigungen der beiden Asymptoten, an die sich die Kurven anschmiegen. Die beiden Kurvenabschnitte schneiden die Symmetrieachse $z = z_0$ an den Stellen $x = \pm a$.

Die Gleichung (1) des gebogenen Stabes kann in die Gestalt (2) gebracht werden, indem man setzt:

$$a^2 = \frac{\frac{x^2}{1-\beta^2} + y^2}{\frac{1-\beta^2}{\beta^2}}, \quad b^2 \quad = \quad \frac{x^2}{1-\beta^2} + y^2, \quad x_0 = \frac{x}{1-\beta^2} \quad \text{und} \quad z_0 = 0. \tag{3}$$

Der Stab erscheint also hyperbelartig verformt zu sein. Daraus lassen sich einige Schlüsse ziehen:

1. Wenn der Stab direkt auf die Kamera zukommt ($y = 0$), dann ist der Öffnungswinkel, d.h. der Winkel zwischen den beiden Asymptoten, unabhängig von der momentanen Position x des Stabes:

$$\pm\frac{b}{a} = \pm\frac{1-\beta^2}{\beta^2}$$

2. Trotzdem wird die Hyperbel umso spitzer, je näher der Stab kommt (a wird mit abnehmendem x^2 immer kleiner.).

3. Wenn der Stab vorbei ist (aber auch erst dann!) ($x > 0 \implies x_0 > 0$), dann kann die Kamera die Rückseite des Stabes sehen (Positionen 3 und 4 in Abbildung 5).

4 Ist die Lorentz-Kontraktion sichtbar?

Wenn ein Körper direkt auf einen Beobachter zukommt, dann scheint er weiter entfernt zu sein, als er tatsächlich ist, weil er sich in der Zeit Δt, die das Licht bis zum Beobachter benötigt, um $v\Delta t$ weiterbewegt:

$$\begin{aligned} x - x_s &= v\Delta t = -v\frac{x_s}{c} \\ \implies \quad x_s &= \frac{x}{1-\frac{v}{c}} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für die scheinbare Länge l_s des Körpers eine Vergrößerung ($\beta = \frac{v}{c}$):

$$l_s = \frac{l}{1-\beta}$$

Die zu messende Länge l ist aber durch die Lorentz-Kontraktion gegenüber der Ruhelänge l_0 verkürzt:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

Die beiden Effekte wirken gegeneinander, aber es leicht herauszufinden, welcher „gewinnt“:

$$l_s = \frac{l}{1-\beta} = \frac{l_0}{1-\beta}\sqrt{1-\beta^2} = l_0\sqrt{\frac{1-\beta^2}{(1-\beta)^2}} = l_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} > l_0$$

(Bei der Umformung wurde eine binomische Formel benutzt: $1-\beta^2 = (1+\beta)(1-\beta)$).

Bei Annäherung überwiegt also die Verlängerung aufgrund des Laufzeiteffektes. Wenn sich dagegen der Körper entfernt, wirken beide Effekte zusammen, und der Körper erscheint noch stärker verkürzt, als man aufgrund der Lorentz-Kontraktion erwarten würde (Abb. 6).

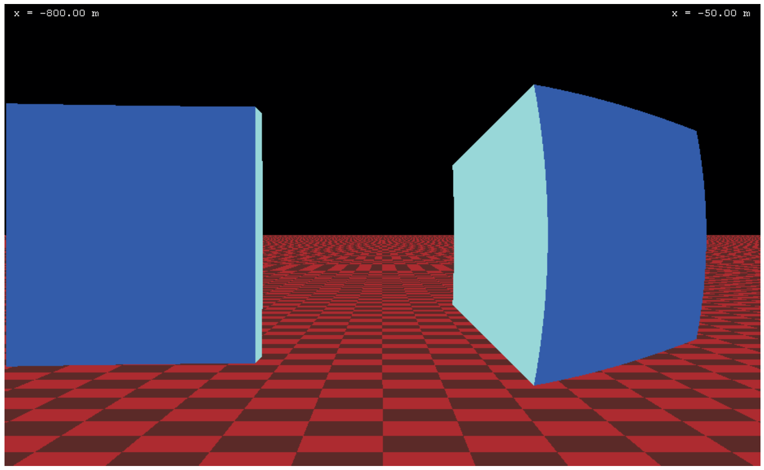

Abbildung 6: Ein herannahender Würfel (rechts) erscheint verlängert, ein sich entfernender (links) verkürzt.

Diese Überlegungen sind so nur richtig für einen direkten Frontalflug. Bei einem Vorbeiflug in großer Entfernung z.B. wird der Körper in Bewegungsrichtung zwar durch die Lorentz-Kontraktion verkürzt, aber Laufzeiteffekte spielen praktisch keine Rolle, weil alle Teile des Körpers dieselbe Entfernung haben. Die Scherung senkrecht zur Bewegungsrichtung bleibt jedoch erhalten. Die Kombination dieser beiden Effekte bewirkt, dass der Körper aussieht, als habe er sich gedreht (Abb. 7).

Diese scheinbare Drehung ist nicht schwer einzusehen: Ein Körper, der sich in x-Richtung bewege, werde in y-Richtung beobachtet (Abb. 8). In Ruhe habe er die Tiefe t_0, die Höhe h_0 und die Breite b_0. In der Zeit Δt, in der sich das Licht von der (für den Beobachter) hinteren Fläche zur vorderen fortpflanzt ($\Delta t = \frac{b_0}{c}$), bewegt sich der Körper um $\Delta x = v\Delta t = \beta b_0$ weiter. Die in Bewegungsrichtung hintere Seitenfläche ist also mit einer Breite βb_0 zu sehen (s. Abb. 8).

Die Vorderfläche wird jedoch um den Faktor $\sqrt{1-\beta^2}$ verkürzt, wird also mit einer Breite $t_0\sqrt{1-\beta^2}$ gesehen. Verkürzung der Vorderseite und Sichtbarkeit der geometrisch unsichtbaren Seitenfläche lassen den Gegenstand nicht verkürzt, sondern verdreht erscheinen!

Bei der Beobachtung eines in großer Entfernung senkrecht zur Blickrichtung vorbeikommenden Körpers erscheint dieser nicht in Bewegungsrichtung verkürzt, sondern gedreht. Der Drehwinkel α ist dabei gegeben durch

$$\boldsymbol{\alpha = \arcsin \beta.}$$

Bei mittleren Entfernungen und schräger Blickrichtung überlagern sich alle Effekte in komplexer Weise, sodass sowohl Veränderungen der Tiefe, hyperbelartige Verformungen und Scherungen zu beobachten sind (Abb. 9).

Wenn das bewegte Objekt genügend ausgedehnt ist, lassen sich alle Effekte in einem Bild beobachten. Abbildung 10 zeigt, in Anlehnung an den Film vom Brandenburger Tor,

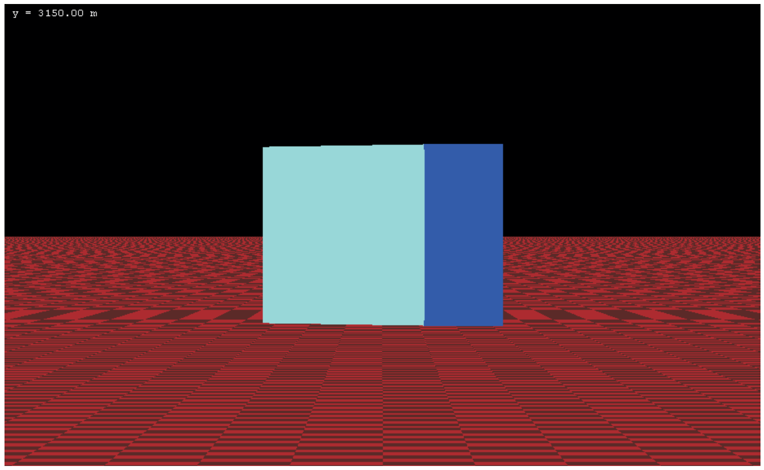

Abbildung 7: Seitlicher Vorbeiflug eines Würfels in großer Entfernung

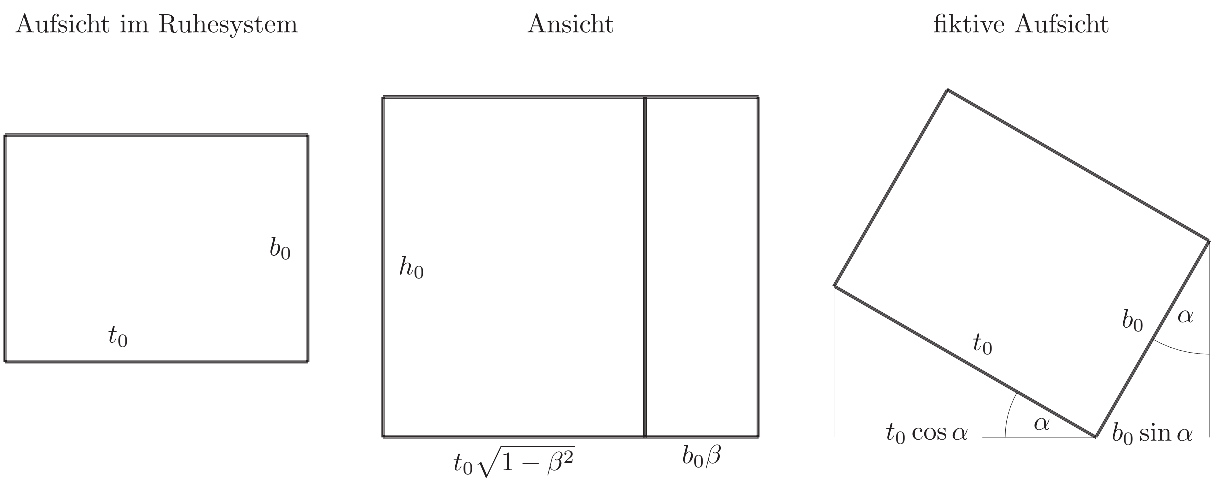

Abbildung 8: Aufsicht (links) und Ansicht (Mitte) eines Quaders, der sich in großer Entfernung nach links am Beobachter vorbeibewegt: Der Quader scheint um $\alpha = \arcsin\beta$ gedreht zu sein (rechts).

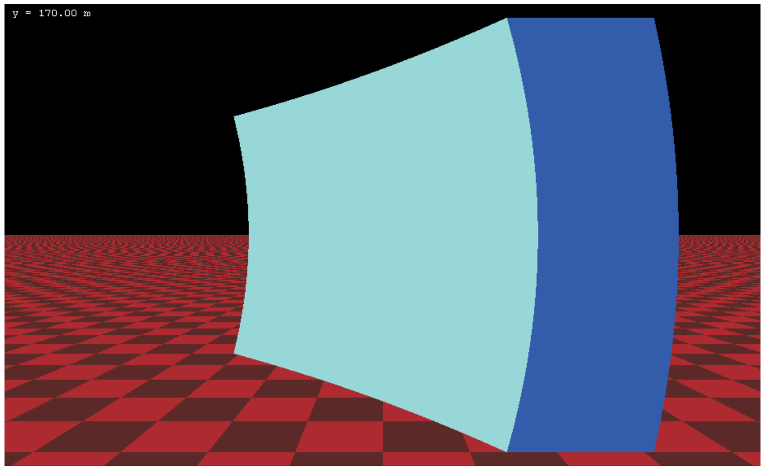

Abbildung 9: Ein nahe vorbeifliegender Würfel sieht nicht gedreht, sondern in komplexer Weise verformt aus.

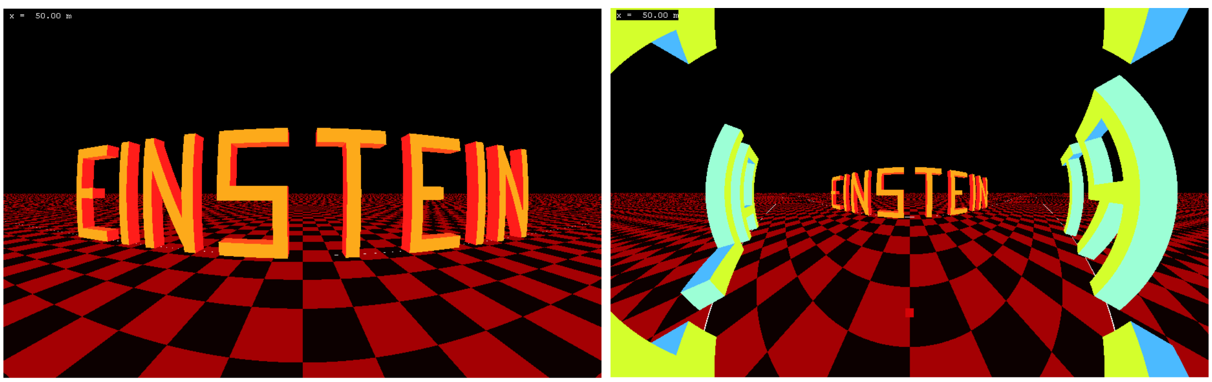

Abbildung 10: Flug durch den Namenszug von Albert Einstein. „ALBERT“ ist bereits durchflogen worden. links: $v = 0,5c$, rechts: $v = 0,9c$

einen Flug durch den Namenszug von Albert Einstein. Alle Effekte sind, insbesondere bei der starken Ausformung bei $v = 0,9c$, deutlich zu erkennen.

5 Vergleich zwischen klassischer Physik und Relativitätstheorie

Der Laufzeiteffekt hat zunächst nichts mit Relativitätstheorie zu tun. Denn dass Licht eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit hat, war seit Ende des 17. Jahrhunderts bekannt. So gesehen hätte sich bereits Galilei, der als Erster versuchte, die Lichtgeschwindigkeit zu messen, Gedanken darüber machen können, welchen Einfluss dieser Umstand auf das Aussehen sich schnell bewegender Körper hat. Tatsächlich hat es aber bis lange nach der Entwicklung der Relativitätstheorie gedauert, bis der Effekt diskutiert wurde. Es ist deshalb naheliegend, sich einmal zu überlegen, zu welchen Ergebnissen Physiker vor 1900 hätten

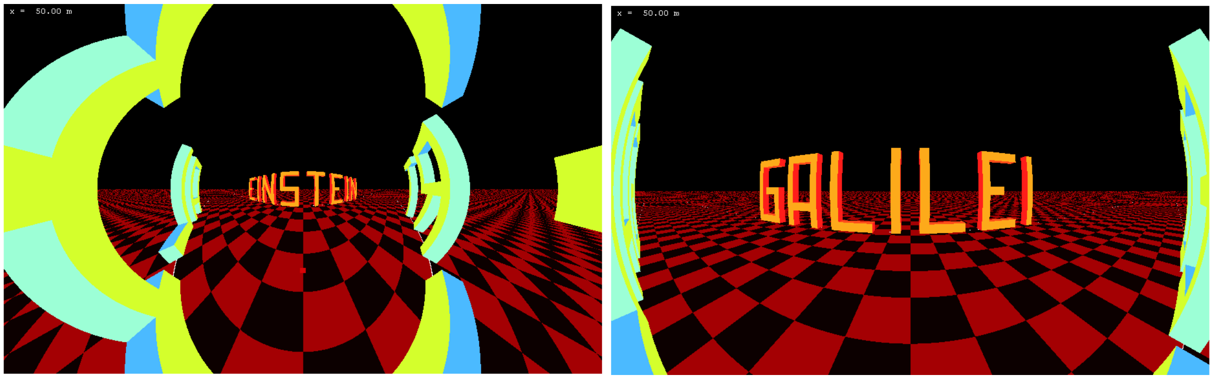

Abbildung 11: Relativistische Rechnung (links), klassische Rechnung (rechts). $v = 0,95c$

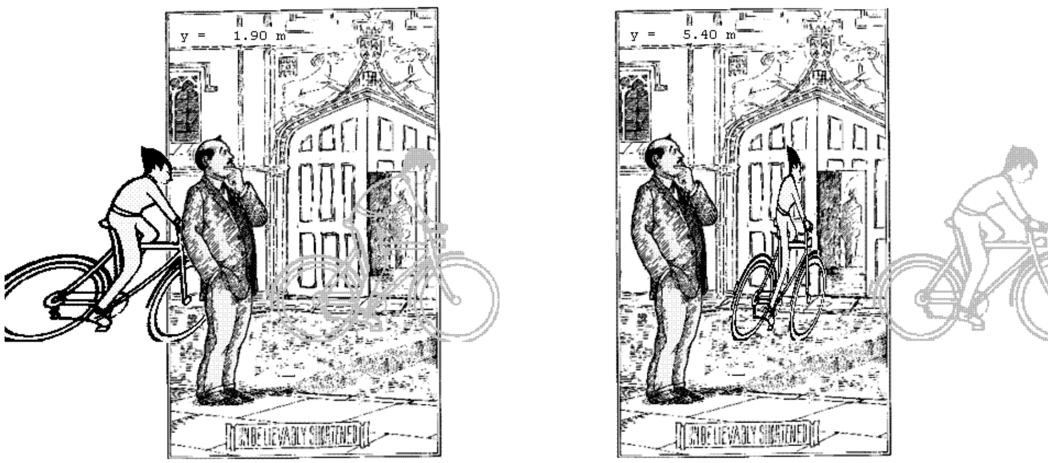

Abbildung 12: Bei Annäherung erscheint der Radfahrer hyperbelartig verformt und in die Länge gezogen (links). Erst wenn er auf gleicher Höhe erscheint, der Fahrer also längst vorbei ist (hellgrau gezeichnet), ist der visuelle Eindruck so ähnlich wie bei Gamow [2] (vgl. Abbildung 1).

kommen können, wenn sie über den Effekt nachgedacht hätten. Tatsächlich tauchen alle besprochenen visuellen Effekte auch bei klassischer Rechnung (d.h. ohne Berücksichtigung der Lorentz-Kontraktion) auf. Allerdings sind sie deutlich weniger ausgeprägt (Abb. 11).

6 noch einmal: Der Radfahrer

Wie würde denn nun der Radfahrer tatsächlich aussehen? Die alleinige Berücksichtigung der Lorentz-Kontraktion ist sicher nicht richtig. Aber auch Sexls Behauptung (in [1]), der Radfahrer sähe verdreht aus, ist nicht vollständig korrekt, weil der Radfahrer nicht weit genug entfernt ist. Auch für den Radfahrer würden die Häuser am Straßenrand weder nur verkürzt, noch nur verdreht aussehen. Sie würden vielmehr in komplizierter Weise verformt erscheinen. In den Abbildungen 12 und 13 wird eine Visualisierung versucht.

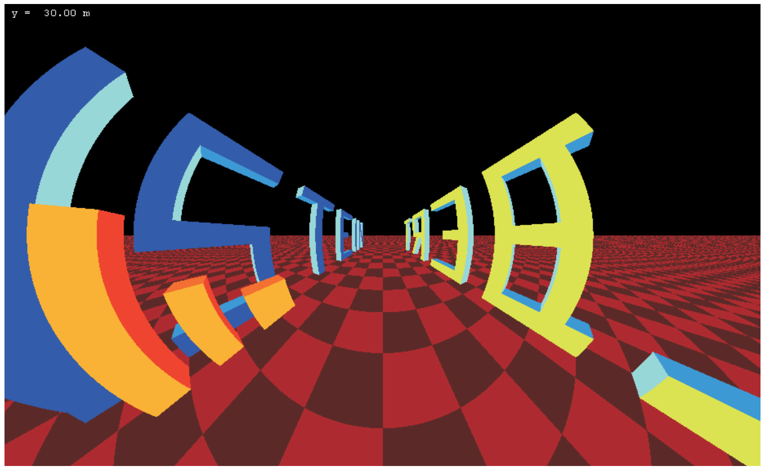

Abbildung 13: Versuch, den visuellen Eindruck des Radfahrers zu veranschaulichen. Als „Häuser“ dienen die Buchstaben von Einsteins Namenszug, die Menschen am Straßenrand werden durch Quader dargestellt.

7 Der Dopplereffekt

Um den visuellen Eindruck bei schneller Bewegung korrekt zu beschreiben, müssten einige weitere Effekte berücksichtigt werden. Der wichtigste von ihnen ist der Dopplereffekt, die Veränderung der Wellenlänge von Strahlung bei relativer Bewegung zwischen Sender und Empfänger.

Der akustische Dopplereffekt ist jedem aus dem täglichen Leben bekannt: So tönt z.B. die Sirene eines herannahenden Unfallwagens höher, so lange er sich nähert. In dem Moment, wo das Auto vorbeifährt, wird der Ton plötzlich tiefer: Zuerst ist die Frequenz des Tones erhöht (die zugehörige Wellenlänge also verkleinert), dann gegenüber dem „Originalton“ erniedrigt. Der Zusammenhang zwischen Originalfrequenz f_0 und empfangener Frequenz f wird bei direktem „Kollisionskurs“ durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} f &= f_0\left(1+\frac{v}{c}\right) \qquad \text{(bei bewegtem Empfänger)} \\ f &= \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}} \qquad \text{(bei bewegter Quelle)} \end{aligned}$$

Eine ähnliche Beziehung gibt es auch für den relativistischen Dopplereffekt. Wegen des Postulats 1 gibt es allerdings keine Unterscheidung zwischen bewegter Quelle und bewegtem Empfänger.

$$\boldsymbol{f = f_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos\alpha}}$$

Dabei ist α der Winkel zwischen der Verbindungslinie Körper-Beobachter und der Bewegungsrichtung. Bei direktem Konfrontationskurs ($\cos\alpha = 1$) geht diese Beziehung über

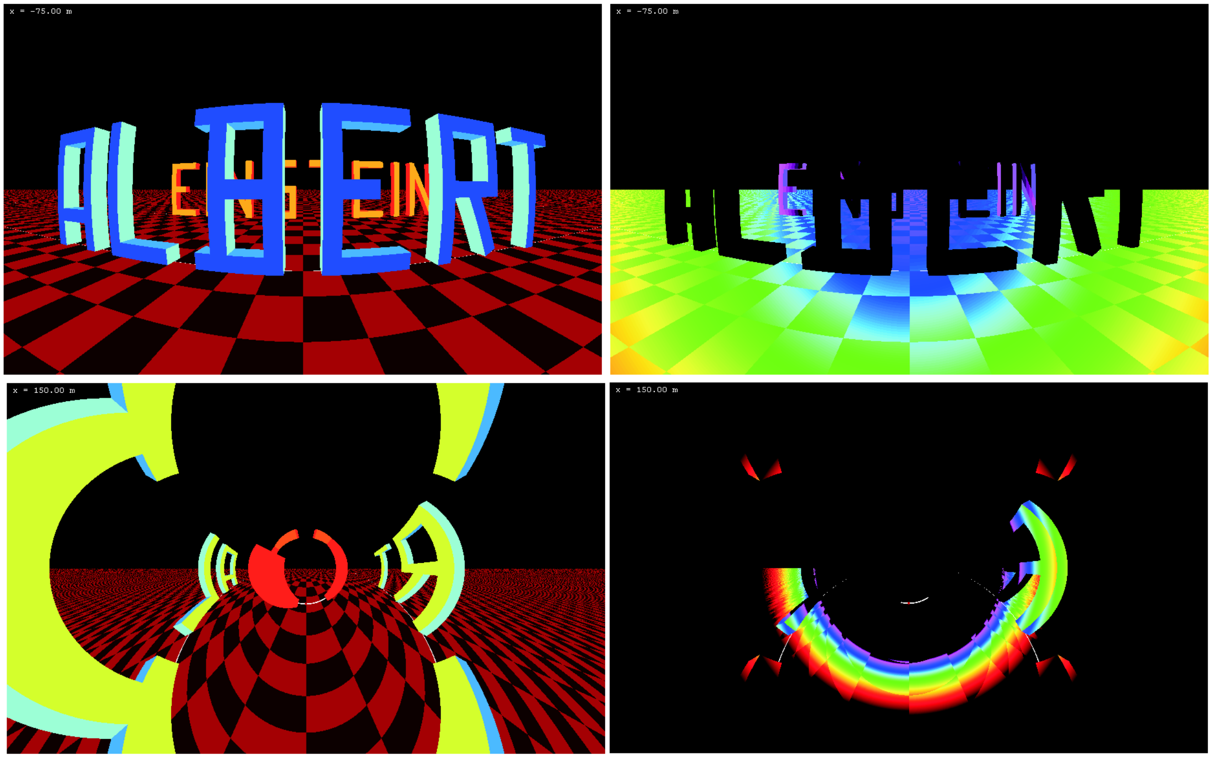

Abbildung 14: Anflug auf „ALBERT EINSTEIN“ ohne (links) und mit (rechts) Dopplereffekt: oben: $v = 0,5c$, unten: $v = 0,95c$.

in

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.$$

Diese Beziehung kann man sich ähnlich wie bei der scheinbaren Verlängerung eines herannahenden Körpers entstanden denken durch das Zusammenwirken zweier Effekte:

1. Die **relativistische Zeitdilatation**, eine weitere Folge aus den Grundpostulaten der Relativitätstheorie, führt zu einer Erniedrigung der Frequenz.

2. Die endliche Lichtgeschwindigkeit führt dazu, dass jeder Wellenberg eine kürzere Zeit bis zum Empfänger benötigt als der vorhergehende: Die Frequenz wird größer.

An dem Winkel α in der Doppler-Formel ist zu erkennen, dass der Effekt von der Blickrichtung abhängt und damit bei einem sehr ausgedehnten Objekt Frequenzerniedrigung und -erhöhung *gleichzeitig* auftreten können. Ist das Objekt sehr schnell, können große Teile unsichtbar werden: Das von vorn kommende Licht ist ins Ultraviolette verschoben, das Licht von der Seite ist infrarot. Dazwischen durchlaufen die Farben des Objektes alle Farben des sichtbaren Spektrums (Abb. 14).

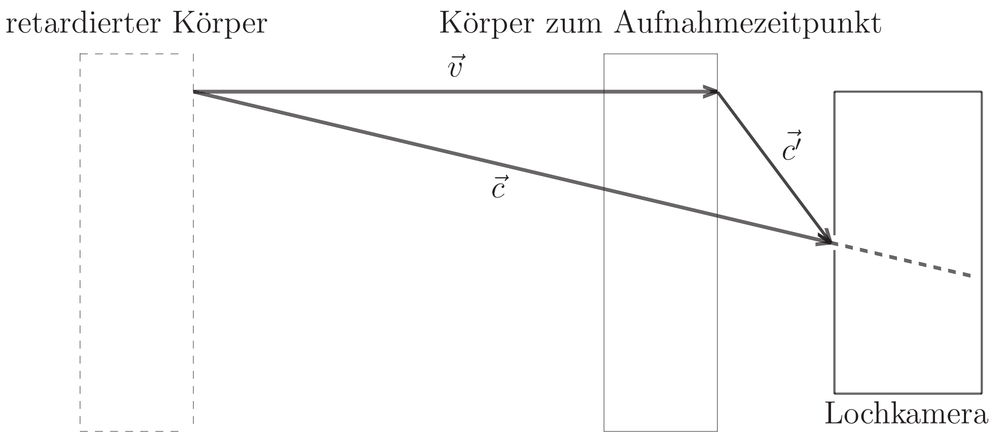

Abbildung 15: Raycasting unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit: Statt den einfallenden Lichtstrahl $\vec{c}$ bis zum Schnittpunkt mit dem retardierten Körper zurückzuverfolgen – dessen Position nicht bekannt ist! –, wird der Schnittpunkt des durch $\vec{c'} = \vec{c} - \vec{v}$ definierten „Lichtstrahles“ mit dem Körper zum Zeitpunkt der Aufnahme berechnet.

8 Anhang: Erzeugung von Filmen durch Raycasting

Bei der Erzeugung von Bildern oder Filmen, die die Ansicht schnell bewegter Körper unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit darstellen, wird das so genannte *Raycasting*-Verfahren angewendet: Ein in eine Kamera einfallender Lichtstrahl wird zurückverfolgt, bis er mit einem (sich bewegenden) Körper „kollidiert“ (s. Abb. 15)[1]. Der Punkt des Filmes, der von der Verlängerung dieses Lichtstrahles getroffen wird, erhält die Farbe des Körpers an der Stelle des Schnittpunktes. Dabei wird das Auge des Beobachters der Einfachheit halber durch eine Lochkamera ersetzt, die den Vorteil hat, keine Abbildungsfehler zu erzeugen[2].

Im Einzelnen besteht die Herstellung eines Filmes aus vielen Schritten:

1. Abtasten aller Punkte des Filmes, genauer: aller Bildschirmpixel (in der Regel 544*352), die den Film darstellen. Für jeden dieser Punkte sind die folgenden Schritte durchzuführen:

   (a) Berechnung der Richtung des Vektors $\vec{c}$ des einfallenden Lichtes,

   (b) Berechnung des zugehörigen „avancierten“ Vektors $\vec{c'} = \vec{c} - \vec{v}$ (s. Abb. 15),

   (c) Berechnung der Schnittpunkte zwischen $\vec{c'}$ und allen Flächen des Körpers zum Zeitpunkt der Aufnahme,

   (d) Auswahl des der Kamera am nächsten liegenden Schnittpunktes und

   (e) Färbung des Filmpunktes mit der Farbe der entsprechenden Fläche.

2. Berechnung solcher Bilder für langsam sich ändernde Werte des Abstandes zwischen Kamera und Gegenstand (zwischen 200 und 1000 Bilder),

[1] Hier müssen Kenntnisse aus der linearen Algebra aufgefrischt werden: Berechnung des Schnittpunktes zwischen Ebene (genauer: Rechteck) im Raum und Gerade!

[2] Hier sind Kenntnisse aus der projektiven Geometrie von Vorteil: Zentralprojektion!

3. Erzeugung eines `MPEG`-Filmes aus den im `GIF`-Format abgespeicherten Bildern.

Literatur

[1] G. Gamow, *Mr. Tompkin's seltsame Reisen durch Kosmos und Mikrokosmos* (übersetzt von R. Sexl), vieweg: Braunschweig 1980

[2] G. Gamow, R. Stannard, *The New World of Mr. Tompkins*, Cambridge University Press 1999

[3] J. Kern, U. Kraus, B. Lehle, R. Rau, H. Ruder, *Aussehen relativistisch bewegter Objekte*, Praxis der Naturwissenschaften/Physik Heft 2/46 (1997)

[4] U. Kraus: *Tempolimit Lichtgeschwindigkeit*, `http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de/`