

Das Sonnenanalemma als Schulprojekt

von Udo Backhaus

Das Analemma ist eine ästhetische und faszinierende Figur, die die Sonne im Laufe eines Jahres an den Himmel zeichnet, wenn ihre Position in geeigneter Weise registriert wird. In diesem Aufsatz werden Vorschläge gemacht, wie das Analemma im Rahmen eines Ganzjahresprojektes an einer großen Fensterscheibe oder auf dem Fußboden eines Klassenraums oder einer Pausenhalle entstehen kann.

Einleitung

Vor einigen Monaten erschien in der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ ein Aufsatz, in dem die Entstehung des Analemmas erklärt wurde [5]. Insbesondere aber enthielt der Aufsatz ein eindrucksvolles Bild, das ein selbst aufgenommenes Analemma zeigte. Es war mit einer fest installierten Kamera aufgenommen worden, die die Stellung der Sonne jeden Tag eines Jahres computergesteuert um dieselbe Uhrzeit fotografiert hatte. Dieser Aufsatz veranlasste mich, ein schon lange geplantes Experiment in Angriff

zu nehmen und es so aufzubereiten, dass es im Rahmen eines langfristigen Projektes leicht nachvollzogen werden kann.

Zur Entstehung von Zeitgleichung und Analemma

Unsere Uhrzeit beruht auf dem täglichen Lauf der Sonne über unseren Himmel – und damit auf der Rotation der Erde um ihre eigene Achse. Vergleicht man jedoch den Sonnenlauf mit einer genau gehenden Uhr, stellt man eine überraschende Unregelmäßigkeit fest.

Bei Präzisionssonnenuhren wird diese Unregelmäßigkeit kompensiert, beispielsweise dadurch, dass man an der Figur des Analemmas ablesen kann, um wie viel die angezeigte Uhrzeit korrigiert werden muss (**Bild 1**).

Den ungleichförmigen Gang der Sonne kann man bemerken, wenn man immer wieder mittags die Uhrzeit misst, zu der die Sonne genau im Süden steht. Misst man zusätzlich, zum Beispiel mit einem Schattenstab, die Höhe (den Höhenwinkel), die die Sonne zu diesem Zeitpunkt über dem Horizont hat, kann man in einem Diagramm das Analemma erzeugen, indem man die Sonnenhöhe über der zugehörigen Uhrzeit aufträgt. Eindrucksvoller ist es jedoch, das Analemma durch die Sonne selbst zeichnen zu lassen.

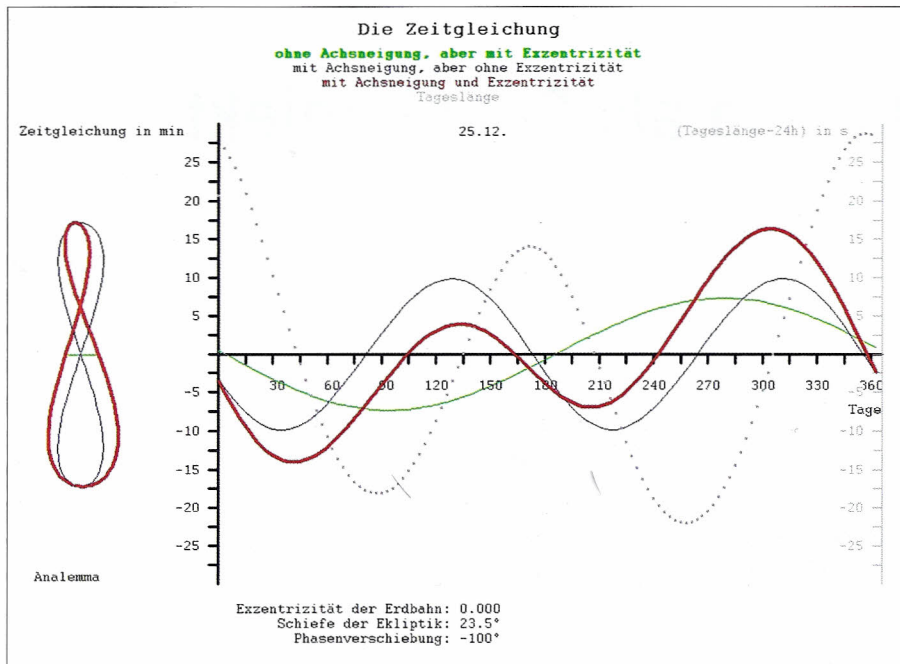
Eine Begründung für den ungleichmäßigen Gang der Sonne wird in vielen Astronomiebüchern und zahlreichen Aufsätzen gegeben ([1], [5], [6], [7]). Dass die Erklärung nicht einfach ist, kann man daran erkennen, dass die Begründungen nicht immer vollständig, manchmal sogar fehlerhaft sind (z. B. [4]). Trotzdem soll die Erklärung hier nur kurz angedeutet werden.

Die Erde dreht sich bezüglich des Sternenhimmels in 23 h 56 min einmal um ihre Achse. Da sie aber zusätzlich einmal im Jahr die Sonne umläuft, muss sie sich von Mittag zu Mittag um etwas mehr als 360° drehen. Das führt dazu, dass sich der Sonnentag, also die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Sonnenhöchstständen, im Mittel auf 24 Stunden verlängert. Diese Verlängerung des Sonnentages gegenüber dem Sterntag um etwa 4 min ist aufgrund von drei Effekten nicht jeden Tag im Jahr gleich groß:

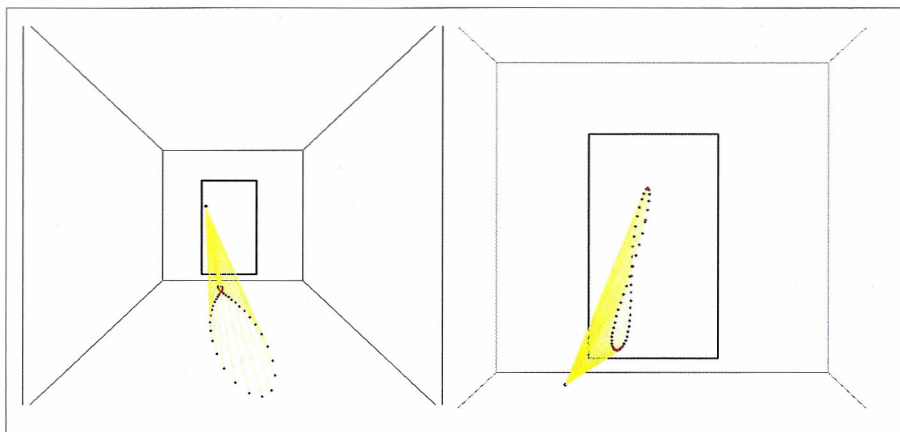
1. Die Rotationsachse der Erde steht nicht senkrecht auf der Bahnebene. Dadurch sind die Sonnentage zweimal im Jahr (zu Sommer- und zu



1 Zifferblatt einer Präzisionssonnenuhr im Garten des Museums Ludwig in Koblenz



2 Die Einflüsse der Achsneigung der Erde (blau) und der Exzentrizität ihrer Bahn um die Sonne (grün) auf die Form der Zeitgleichung und ihre Überlagerung (rot). Eingezeichnet ist auch die Veränderung der Länge des Sonnentages.



3 Erzeugung eines Analemmas durch Projektion mit festem Zentrum am Fenster (links) oder am Boden (rechts)

Winteranfang) besonders lang und zweimal besonders kurz (zu Frühlings- und Herbstanfang).

2. Die Erde bewegt sich ungleichförmig auf einer Ellipse um die Sonne. Dadurch ist die Verlängerung des Sonnentages besonders groß, wenn die Erde der Sonne Anfang Januar nahe ist und sich schnell bewegt, Anfang Juli aber besonders klein. Sonnenuhren addieren alle diese „Ungenauigkeiten“, d. h. die Unterschiede zwischen der aktuellen Länge des Sonnentages und seinem mittleren Wert. Der dadurch entstehende Unterschied zwischen der von Uhren angezeigten mittleren Zeit und der Sonnenzeit als Funktion der seit

Jahresbeginn vergangenen Zeit wird als Zeitgleichung bezeichnet (**Bild 2**, erzeugt mit dem Programm *Zeitgleichung und Analemma*). Das Analemma entsteht zum Beispiel, wenn man die Mittagshöhe der Sonne oder ihre Deklination über dem Zeitunterschied aufträgt.

Allein durch die Neigung der Erdachse ist die Zeitgleichung zweifach periodisch, d. h. sie hat jeweils zwei Maxima und Minima. Der ungleichförmige Umlauf der Erde um die Sonne bewirkt lediglich, dass die Periodizität der Kurve gestört wird. Die genaue Gestalt der Zeitgleichung wird noch durch einen weiteren Effekt bestimmt:

3. Die Erde ist der Sonne besonders nahe, kurz nachdem auf der Nordhalbkugel Winteranfang war. Die beiden obigen Effekte sind deshalb relativ zueinander fast in Phase.

Mit einem kleinen Computerprogramm (*Zeitgleichung 1*) lässt sich untersuchen, wie sich die Form der Zeitgleichung ändert, wenn die Parameter (Achsneigung, Exzentrizität der Erdbahn, relative Phasenlage) verändert werden. (Auf diese Weise lässt sich auch die Form der Analemmata simulieren, die die Sonne auf anderen Planeten oder die Erde auf dem Mond an den Himmel zeichnet (z. B. mit dem Programm *Zeitgleichung und Analemma*). Das Programm veranschaulicht außerdem, wie die momentane Länge des Sonnentages mit der aktuellen Position der Sonne am Sternenhimmel und mit der Geschwindigkeit ihrer Bewegung über den Himmel zusammenhängt.

Prinzip und Planung der Messung

Das Sonnenanalemma kann gemessen und aufgezeichnet werden, indem man die Position der Sonne möglichst oft im Laufe eines Jahres immer zu exakt derselben Uhrzeit misst (Achtung: Sommerzeit!). Dazu gibt es die folgenden Möglichkeiten:

- Die Sonne wird mit einer Kamera fotografiert, deren Position und Orientierung während des ganzen Jahres unverändert bleibt. Die Überlagerung der im Laufe des Jahres entstandenen Bilder lässt ein Analemma sichtbar werden (siehe [5]).
- Die Position der Sonne wird durch das eine Ende eines „Sonnenstrahles“ markiert, von dem ein anderer Punkt während des Jahres festgehalten wird.
- Es werden die Positionen der „Sonnentaler“ markiert, die ein festgehaltenes kleines Loch auf einer festen Projektionsfläche (z. B. einer Wand oder dem Fußboden) erzeugt (**Bild 3**, links).
- Ein kleines Loch wird jeweils so auf einer Fensterscheibe verschoben, dass der von ihm erzeugte Sonnentaler immer auf dieselbe Stelle (z. B. auf dem Boden) fällt. Die Markierungen der Lochpositionen lassen im Laufe eines Jahres ein Analemma auf der Fensterscheibe entstehen (**Bild 3**, rechts).

Die Messung muss sehr genau geplant werden, damit das Analemma die zur Verfügung stehende Fläche gut ausfüllt, aber nicht darüber hinausgeht, und die Sonne das ganze Jahr hindurch das Projektionszentrum zur gewählten Uhrzeit bescheint (**Bild 4**). Dabei spielen die Orientierung und Größe des Fensters bzw. des ganzen Raumes, die Position des Projektionszentrums und die Uhrzeit eine entscheidende Rolle (**Bild 5**). Es empfiehlt sich, die Raumorientierung nicht mit einem Kompass, sondern mit Hilfe des Sonnenlaufs zu messen, z. B. indem die Richtung des kürzesten Schattens eines Schattenstabes bestimmt (siehe [2]) oder der genaue Zeitpunkt des lokalen Mittags (Azimut der Sonne gleich null) mit einem Astrometrieprogramm berechnet wird.

Die Planung eines solchen Experiments wird durch das Programm *Planung Analemma* unterstützt, mit dem die Projektion auf Fensterscheibe oder Boden simuliert werden kann. Dabei können alle wichtigen Parameter (Orientierung und Größe des Raumes, Größe des Fensters, Uhrzeit der täglichen Messung, ...) entsprechend den aktuellen Bedingungen eingestellt und variiert werden. Die Grafiken der Bilder 3 und 5 wurden mit diesem Programm erzeugt.

Ein Ergebnis

Ich führe die beschriebene Messung seit dem 2. April 2013 jeweils um 13.30 Uhr MEZ (= 14.30 Uhr MESZ) im heimischen Esszimmer durch. Dabei projiziere ich das Lochkamerabild der Sonne auf eine bestimmte Fliesenecke auf dem Fußbo-



4 Glück gehabt? Vom Projektionszentrum aus steht die Sonne am Winteranfang nur knapp über dem Dach des Nachbarhauses.

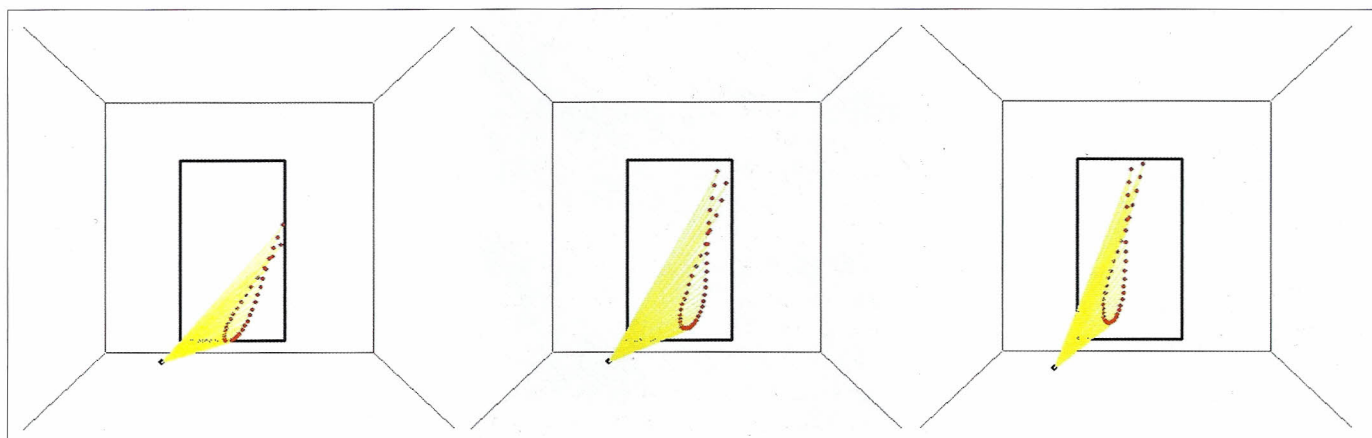
den und bestimme die Mitte der Ellipse per Augenmaß – eine bei tief stehender Sonne (**Bild 6** zeigt den Sonnentaler bei Winteranfang) nicht ganz einfache Aufgabe.

Im ersten Jahr konnten 96 Sonnenpositionen gemessen werden (**Bild 7**). Davon wurde eine durch Interpolation gewonnen. Bei mindestens einer Messung wurde die Uhrzeit, wahrscheinlich um eine Minute, falsch abgelesen. Weitere Messfehler entstanden während einer fünfwöchigen Abwesenheit im Januar und Februar 2014; sie wurden für die Aufnahme in Bild 7 entfernt.

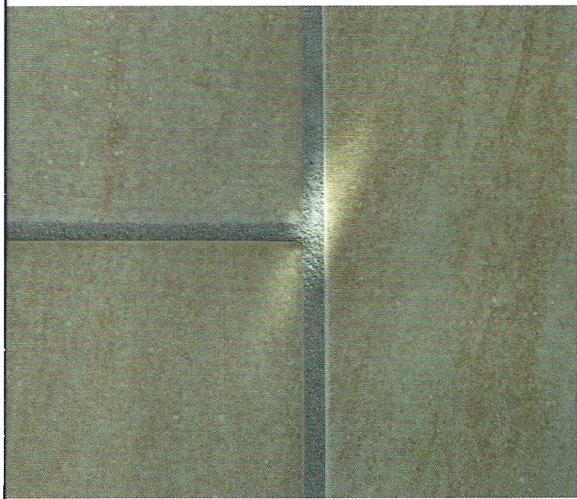
Die weitgehend vollständig die Sonnenmomente nutzende Messung gelang nur mit Hilfe meiner Frau und meines im selben Hause wohnenden Freundes, denen ich dafür sehr dankbar bin. Bei einem Schulprojekt kann die Verantwortung auf mehr Schultern verteilt werden. Dafür gibt es dort natürlich andere Probleme (Wochenenden, Ferien ...).

Fazit

Während des Projektes werden die Schülerinnen und Schüler angeregt,



5 Die Fensterscheibe ist zu klein, wenn der Zeitpunkt schlecht gewählt (links), die Orientierung des Fensters falsch gemessen wurde (Mitte) oder der Abstand des Projektionszentrums zu groß ist (rechts).



6 Die Mitte des Lochkamerabildes der Sonne muss bei jeder Messung genau auf eine festgelegte Fliesenecke projiziert werden.

das Wetter bewusst wahrzunehmen. Sie empfinden Befriedigung, wenn ein Messpunkt erfolgreich markiert worden ist, und müssen so manches Mal Enttäuschung verarbeiten, besonders wenn

sich der Himmel zu früh eintrübt oder die Sonne erst kurz nach dem vorgesehenen Messzeitpunkt hinter den Wolken auftaucht.

Schleierbewölkung lässt keinen deutlich umrissenen Sonnenfleck entstehen, selbst wenn die Sonne durch die Wolken deutlich erkennbar ist. In dieser Beziehung ist die fotografische Methode weniger empfindlich. Wenn jedoch die Sonne zum Messzeitpunkt nur kurz von einer Wolke verdeckt wird, kann ein Messpunkt durch lineare Inter- oder Extrapolation konstruiert werden, wenn zwei Messungen zu nicht weit entfernten Zeitpunkten gelingen. In dieser Hinsicht ist die Projektionsmethode flexibler.

Wenn eine Kamera und eine Computersteuerung übrig sind und ein geeigneter Ort vorhanden ist, an dem die Kamera ein Jahr lang fest positioniert werden kann, gelingen sicher die meisten Messpunkte im Jahr. Diese Bedingungen werden sich aber in der Regel nur schwer realisieren lassen. Dann stel-

len die hier beschriebenen Methoden sehr gute Alternativen dar. Die kleinere Zahl der Messpunkte wird dadurch wettgemacht, dass jeder Punkt mit einem Erfolgserlebnis (und eventuell mit einem Namen) verbunden ist und die ganze Schule den Fortgang des Experimentes verfolgen kann. Vielleicht gelingt es sogar, Schülerinnen oder Schüler anzuregen, das Experiment parallel zur Schulmessung zu einer anderen Tageszeit zu Hause durchzuführen.

Bei dem Projekt ist es faszinierend zu beobachten, wie deutlich sich die Position der Sonne innerhalb weniger Tage verändert. Dabei ändert sich meistens hauptsächlich die Höhe der Sonne. Zweimal im Jahr aber ändert sich die ost-westliche Position der Sonne bei der Messung besonders schnell. Was bedeutet das? Wie kommt es zustande? Es gibt viele Anlässe, sich zu wundern und nachzudenken, wenn der tägliche Sonnenlauf und seine Veränderung im Laufe des Jahres auf diese Weise bewusst wahrgenommen und messend verfolgt werden (siehe auch [3])!

1.	2.4.	37.	7.8.	73.	14.1.
2.	6.4.	38.	16.8.	(24	12.2.)
3.	8.4.	39.	21.8.	(25.	14.2.)
4.	10.4.	40.	23.8.	(26.	24.2.)
5.	28.4.	41.	24.8.	(27.	25.2.)
6.	5.5.	42.	25.8.	(28.	27.2.)
7.	C.5.	43.	26.8.	(29.	3.3.)
8.	8.5.	44.	6.9.	(30.	5.3.)
9.	10.5.	45.	12.7.	31.	6.3.
10.	15.5.	46.	15.7.	32.	7.3.
11.	19.5.	47.	17.7.	33.	8.3.
12.	21.5	48.	19.7.	34.	9.3.
13.	3.6.	49.	19.7.	35.	10.3. + 11.3.
14.	45.6.	50.	27.7.	36.	13.3.
(15.	7.6.)	51.	28.7.	37.	14.3.
(16.	8.6.)	52.	29.7.	38.	19.3. + 20.3.
17.	10.6.	53.	3.10.	39.	22.3.
18.	12.6.	54.	7.10.	40.	23.3.
19.	18.6.	55.	10.10.	41.	25.3. + 26.3.
20.	21.6.	56.	14.10.	42.	27.3. (1/4.10.11)
21.	1.7.	57.	15.10.	43.	28.3. (27.3.)
22.	6.7.	58.	30.10.	44.	29.3.
23.	7.7.	59.	31.10.	45.	30.3. 30.3.
24.	8.7.	(60.	2.11.)	46.	31.3.
25.	9.7.	61.	11.11.	47.	2.4. (d.h.)
26.	11.7.	62.	13.11.	48.	3.4. (11)
27.	22.7.	63.	15.11.		
28.	23.7.	64.	16.11.		
29.	25.7.	65.	20.11.		
30.	27.7.	(66.	25.11.)		
(31.	29.7.)	67.	26.11.		
32.	30.7.	68.	2.12.		
33.	1.8.	69.	3.12.		
34.	2.8.	70.	13.12.		
35.	4.8.	71.	16.12.		
36.	5.8.	72.	7.1.		
			10.1. (?)		



7a, b Der Original-,Protokollbogen" des ersten Beobachtungsjahres mit dem Projektionsloch und das Ergebnis der Messungen aus fast zwei Jahren (gelb 1. Jahr, blau 2. Jahr)

Literatur

- [1] Backhaus, U.; Schlichting, H. J.: *Astronomie mit einer Sonnenuhr*, Vorträge der DPG 1987 in Berlin, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien/Literatur/AstronomiemiteinerSonnenuhr.pdf>
 - [2] Backhaus, U.; Lindner, K.: *Astronomie plus*, Cornelsen: Berlin 2007
 - [3] Backhaus, U.; Struzyna, S.: *Der Lauf der Sonne über den Himmel*, Grundschule Sachunterricht 51, 6 (2011); <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/Sonnenartikel.pdf>
 - [4] Davis, D. M.: *An Analemma Experiment*, The Physics Teacher 38/9, 570 (2000)
 - [5] Hebecker, T.: *Die Sonne in der Achterbahn. Wie das Analemma entsteht*, Sterne und Weltraum 52/3, 80 (2013)
 - [6] Schultz, W.: *Astronomie mit Tabellenkalkulation. Siebenter Teil: Die wahre und die mittlere Sonne*, ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht 49 (2012) 3-4, S. 59-64
 - [7] Strutz, C.: *Analemma, die Zeitgleichung. Warum ist aus unserer Sicht die Sonne so unpünktlich?*, Praxis der Naturwissenschaften/Physik 52/4, 37 (2003)
- Die in diesem Aufsatz erwähnten kleinen Programme (*Zeitgleichung* und *Analemma* und *PlanungAnalemma*) können aus dem Netz heruntergeladen werden: <http://www.didaktik.physik.uni-duisburg-essen.de/~backhaus/AstroMaterialien/>

Prof. Dr. Udo Backhaus

Fakultät für Physik der Universität
Duisburg-Essen
Campus Essen, Didaktik der Physik
45117 Essen
E-Mail: udo.backhaus@uni-due.de