

Der Energietransport durch elektrische Ströme und elektromagnetische Felder

Dem Andenken an Prof. Dr. Klaus Schäfer gewidmet

Udo Backhaus

Praxis der Naturwissenschaften/Physik **36/3**, 30 (1987)

Vor kurzem ist Klaus Schäfer plötzlich und völlig unerwartet gestorben. Ich widme diesen Aufsatz seinem Andenken, weil ich die Grundlagen dazu gemeinsam mit ihm in vielen intensiven Gesprächen erarbeitet habe. Die Diskussionen waren nur vorläufig unterbrochen worden [1]. Ich muss nun versuchen, sie ohne ihn zu einem Abschluss zu bringen. Ich bin sicher, dieser Aufsatz wäre auch in seinem Sinne gewesen, auch wenn Klaus Schäfer vielleicht bei einigen Schlussfolgerungen nicht ganz so weit gegangen wäre.

1 Einleitung

In den vergangenen Jahren hat der Energiebegriff in der fachdidaktischen Diskussion eine wachsende Rolle gespielt. Als Folge davon tauchte die Frage nach den Details und den Mechanismen des Energietransportes auf, eine Frage, die durch die explizite Betrachtung der Energie als „eine Art Substanz“, zu der es eine Dichte gibt und die strömen kann [2], zusätzliche Bedeutung erlangte. Deshalb erschienen in der letzten Zeit mehrere Aufsätze ([3] - [6]), in denen am Beispiel der Energieverteilung und -speicherung durch elektrische Stromkreise und elektromagnetische Felder in konkreten Fällen (Spule, Kondensator, Doppel- bzw. Koaxialkabel und Dipolstrahlung) der Weg der Energie verfolgt wird.

Ein Ergebnis aller dieser Aufsätze ist, dass sich die Details der Energieströmung in überraschender Weise von der naiven Vorstellung unterscheiden. Alle Autoren benutzen nämlich die auf *Poynting* und *Maxwell* zurückgehenden Ausdrücke für die Energiestromdichte und die Energiedichte. Danach treten z. B. auch in Fällen, in denen keine Energieänderungen zu beobachten sind, Energieströmungen auf (in statischen elektromagnetischen Feldern) und fließt die Energie bei elektrischen Kabeln nicht durch die Drähte, sondern außerhalb an ihnen entlang.

Zweck dieses Aufsatzes ist der Hinweis, daß die *Poynting*'sche nur eine von vielen im wesentlichen gleichberechtigten Beschreibungen des Energietransportes ist. Eine davon entspricht weitgehend der „naiven“ Vorstellung, nach der

- die Energie i. a. in den Drähten strömt,

- elektrische Ladungen mit Energie „beladen“ sind und
- keine Energie fließt, wenn nirgends ein energetischer Vorgang zu beobachten ist.

Um diese weitgehenden Behauptungen erläutern zu können, muss zunächst kurz auf die *Poynting*'sche Beschreibung und ihre Begründung eingegangen werden.

2 Beschreibung des Energieflusses nach Poynting

Zur Herleitung des *Poynting*'schen Satzes betrachtet man einen Körper mit der Ladung Q , der aus einem elektrischen Feld der Stärke \vec{E} mechanische Energie W_{mech} aufnimmt:

$$\frac{dW_{mech}}{dt} = Q \cdot \vec{v} \cdot \vec{E}. \quad (1)$$

Bei kontinuierlich verteilter Ladung gilt entsprechend für die Energiedichte u_{mech} :

$$\frac{du_{mech}}{dt} = \vec{j} \cdot \vec{E} \quad (2)$$

(\vec{j} = Stromdichte). Fordert man lokale Energieerhaltung, so muss die Bilanz durch eine Abnahme der Feldenergie am selben Ort oder durch eingeströmte Feldenergie ausgeglichen werden:

$$\frac{du_{mech}}{dt} = -\frac{\partial u_{Feld}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{S}_{Feld}. \quad (3)$$

Wie sich die Energiedichte u und die Energiestromdichte \vec{S} (der Index „Feld“ wird im Folgenden weggelassen) durch bekannte, das Feld beschreibende Größen ausdrücken lassen, ist zunächst unbekannt. Aus den *Maxwell*-Gleichungen folgt jedoch:

$$\vec{j} \cdot \vec{E} = -\vec{E} \cdot \vec{D} - \vec{H} \cdot \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) \quad (4)$$

Damit liegen für Energiedichte und -stromdichte folgende Ausdrücke nahe:

$$\vec{S}_P = \vec{E} \times \vec{H} \quad (5)$$

$$u_P = \frac{1}{2}(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}). \quad (6)$$

Der Index P soll auf *Poynting* hinweisen, obwohl der Ausdruck für die Energiedichte bereits von *Maxwell* benutzt wurde.

Da die Eigenschaften dieser Ausdrücke in den zitierten Aufsätzen ausführlich diskutiert wurden, werden hier nur einige wichtige Ergebnisse mitgeteilt:

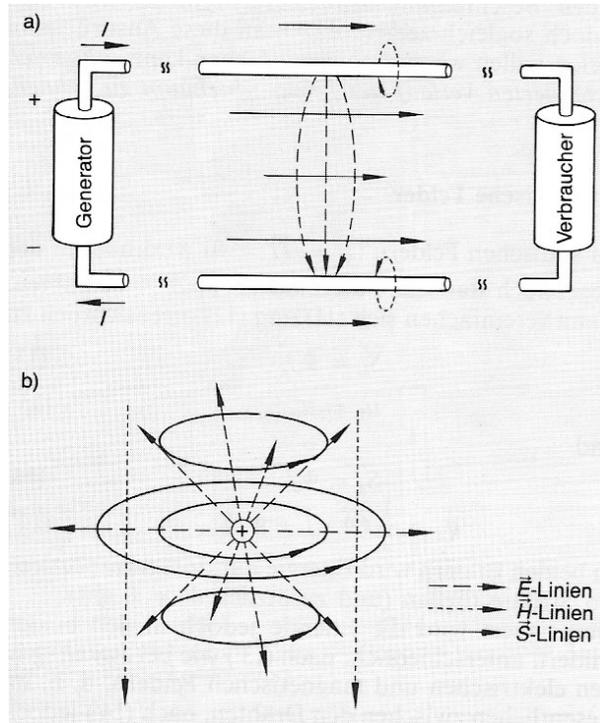


Abbildung 1: Energiefluss nach *Poynting* in statischen elektromagnetischen Feldern: a) Zweidrahtleitung mit Gleichstrom, b) elektrisch geladener Körper in homogenem Magnetfeld.

- Die Energiedichte ist überall dort ungleich null, wo ein elektrisches oder ein magnetisches Feld ist, z. B. zwischen den Platten eines geladenen Kondensators, aber nicht auf ihnen.
- Die Energie strömt dort, wo sowohl ein elektrisches, als auch ein magnetisches Feld besteht und beide nicht parallel zueinander sind. Der Vektor der Energiestromdichte steht auf \vec{E} und \vec{H} senkrecht.
- Beispiele:
 - In einem widerstandslosen stromdurchflossenen Draht ist $E = 0$ und deshalb $\vec{S}_P = O$. Ist der Draht widerstandsbehaftet, hat das elektrische Feld im Inneren die Richtung der Drahtachse. In dieser Richtung wird also Energie nur im Außenraum des Drahtes transportiert (Abb. 1a).
 - In der Umgebung eines geladenen Körpers in einem Magnetfeld kreuzen sich elektrische und magnetische Feldlinien, fließt also elektromagnetische Energie (Abb. 1b). Dieser Energiestrom ist eine Art Superstrom: Er führt nirgends zu beobachtbaren Energieänderungen, und er fließt ohne Antrieb unverändert weiter.
 - Beim Aufladen eines Kondensators fließt die Energie durch die Mantelfläche in dem Raum zwischen den Platten (Abb. 2a).

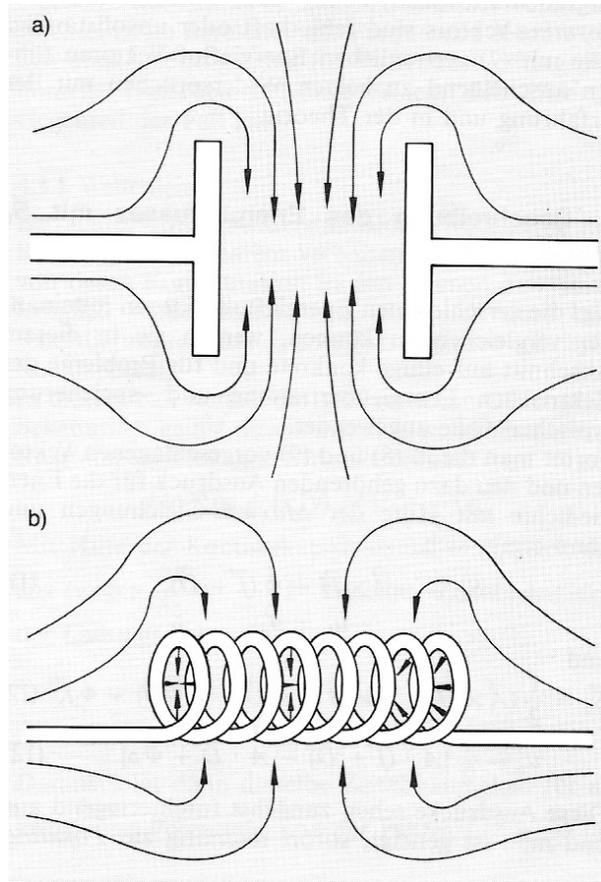


Abbildung 2: Energiefluss nach *Poynting* in quasistatischen Feldern: a) beim Aufladen eines Plattenkondensators, b) beim Anstieg der Stromstärke in einer Spule.

- Wächst in einer Spule die Stromstärke, dann fließt ganz analog Energie durch die Mantelfläche ins Innere (Abb. 2b). In [3] und [5] wird sowohl beim Kondensator als auch bei der Spule nur das Gebiet des homogenen Feldes betrachtet. Um den globalen Energiefluss verstehen zu können, muss man aber die Streufelder mit berücksichtigen: *Nur die Streufelder ermöglichen in der Poynting'schen Beschreibung die Energieaufnahme von Kondensatoren und Spulen.* Quantitative Aussagen sind in diesem Bereich schwierig.
- Eine sendende Antenne strahlt in radialer Richtung Energie ab. Im Fernfeld eines harmonisch schwingenden *Hertz'schen* Dipols gilt z. B. (die Ergebnisse werden ausführlich in [6] erläutert):
 - * In radialer Richtung ändert sich S_P an jedem Punkt gemäß $\cos^2(kR - \omega t)$. Der radiale Energiestrom ist also ständig von der Antenne weggerichtet, variiert aber zwischen 0 und einem Maximalwert.
 - * Dem überlagert ist ein harmonischer meridionaler Energiestrom, der nur im Fernfeld gegenüber dem Radialanteil vernachlässigbar ist. Dieser Energiestrom ist ebensowenig wie der in Abb. 1b experimentell nachweisbar.

Diese und ähnliche Aussagen wurden schon früh von manchen Autoren als unbefriedigend und unanschaulich angesehen. Sie schlugen deshalb andere Beschreibungen vor (z. B. [7], [8]). Bevor die Eigenschaften zweier alternativer Vektoren für die Energiestromdichte diskutiert werden, muss kurz die Möglichkeit solcher Alternativen begründet werden.

3 Möglichkeiten alternativer Beschreibungen

Die Lösung der Differentialgleichung (4) ist offensichtlich nicht eindeutig. Mit u_P und \vec{S}_P wird sie auch erfüllt durch

$$\vec{S} = \vec{S}_P + \vec{\nabla} \times \vec{X} + \dot{\vec{Y}} \quad \text{und} \quad u = u_P - \vec{\nabla} \cdot \vec{Y}, \quad (7)$$

wobei \vec{X} und \vec{Y} beliebige Vektorfelder darstellen (Der Summand $\vec{\nabla} \times \vec{X}$ ändert an der Divergenz von \vec{S} und damit an (4) nichts, der Zusatzterm $\dot{\vec{Y}}$ wird bei der Energiedichte kompensiert, wie man durch Einsetzen von (7) in (4) leicht verifiziert.).

In der Literatur wurden mehrere solcher Vorschläge gemacht. Ich will hier zwei solcher Alternativen diskutieren:

- *Lai* [8] wählte $\vec{X} = \Phi \vec{H}$ und $\vec{Y} \equiv 0$, also:

$$\begin{aligned} \vec{S}_L &= \vec{S}_P + \vec{\nabla} \times (\Phi \vec{H}), \\ u_L &= u_P \end{aligned} \quad (8)$$

- Meiner Kenntnis nach wurde die folgende Alternative bisher noch nicht untersucht: $\vec{X} = \Phi \vec{H}$ und $\vec{Y} = \frac{1}{2}(\vec{A} \times \vec{H} - \Phi \vec{D})$, also

$$\begin{aligned}\vec{S}_n &= \vec{S}_P + \vec{\nabla} \times (\Phi \vec{H}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} \times \vec{H} - \Phi \vec{D}), \\ u_n &= u_P - \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{H} - \Phi \vec{D})\end{aligned}\tag{9}$$

Φ und \vec{A} bedeuten die elektrodynamischen Potentiale, die definiert sind durch die Gleichungen

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \Phi - \dot{\vec{A}} = \vec{E}.\tag{10}$$

Gegen solche Vorschläge sind in letzter Zeit viele Einwände erhoben worden, insbesondere:

- Nur die *Poynting'sche* Beschreibung ist eichinvariant, d. h. unabhängig von der Wahl der Potentiale.
- Energiestromdichte und Impulsdichte hängen über den relativistischen Energie-Impuls-Tensor miteinander zusammen. Deshalb sei $\vec{E} \times \vec{H}$ doch die eindeutige Lösung.
- Ändere man die Energiedichte, dann ergäben sich bei Strahlungsphänomenen Widersprüche zur Energieerhaltung.

Hier kann nur das (vorläufige) Ergebnis der kontroversen Diskussion mitgeteilt werden (siehe [1]; dort auch weitere Literatur): Alle bisher vorgebrachten Argumentationsketten für die Eindeutigkeit des *Poynting*-Vektors sind fehlerhaft oder unvollständig. Alle mit (7) verträglichen Energiefluss-Vektoren führen anscheinend zu keinen Widersprüchen mit der Erfahrung und in der Theorie.

4 Beschreibung des Energieflusses mit \vec{S}_L und \vec{S}_n

Um die verschiedenen Energieflussvektoren miteinander vergleichen zu können, werden sie in diesem Abschnitt auf einige konkrete und für Probleme der elektrischen Energieübertragung und -speicherung typischen Fälle angewendet.

Formt man die in (8) und (9) vorgeschlagenen Vektoren und den dazu gehörenden Ausdruck für die Energiedichte mit Hilfe der *Maxwell*-Gleichungen um, dann ergibt sich

$$\begin{aligned}\vec{S}_L &= -\dot{\vec{A}} \times \vec{H} + \Phi(\vec{j} + \dot{\vec{D}}), \\ u_L &= u_P\end{aligned}\tag{11}$$

und

$$\begin{aligned}\vec{S}_n &= \frac{1}{2} \left(\vec{A} \times \dot{\vec{H}} - \dot{\vec{A}} \times \vec{H} + \Phi \dot{\vec{D}} - \Phi \vec{D} \right) \\ u_n &= \frac{1}{2} \left[\vec{A} \cdot (\vec{j} + \dot{\vec{D}}) - \dot{\vec{A}} \cdot \vec{D} + \Phi \rho \right]\end{aligned}\tag{12}$$

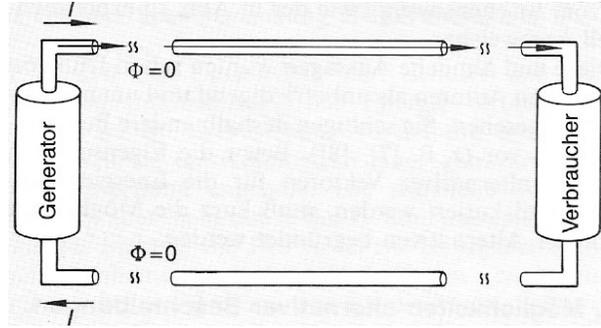


Abbildung 3: Beschreibung des Energieflusses bei einer Zweidrahtleitung mit Gleichstrom mit den Vektoren \vec{S}_L und \vec{S}_n

Diese Ausdrücke sehen zunächst furchterregend aus, und man ist geneigt, sofort reu-nützig zur *Poynting*'schen Beschreibung zurückzukehren. Es wird sich jedoch sogleich zeigen, dass man diese Ausdrücke in vielen Fällen wesentlich vereinfachen kann, *ohne den detaillierten Verlauf der Felder überhaupt zu kennen*.

4.1 Statische Felder

Zu statischen Feldern ($\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{H}} = 0$) wird man in der Regel auch statische Potentiale ($\dot{\Phi} = \dot{\vec{A}} = 0$) wählen. Dann vereinfachen sich (11) und (12) offensichtlich zu

$$\begin{aligned}\vec{S}_L &= \Phi \vec{j}, \\ u_L &= u_P\end{aligned}\tag{13}$$

und

$$\begin{aligned}\vec{S}_n &= \Phi \vec{j}, \\ u_n &= \frac{1}{2} (\vec{A} \cdot \vec{j} + \Phi \rho).\end{aligned}\tag{14}$$

In beiden Bildern wird Energie nur dort transportiert, wo Ströme fließen und zusätzlich $\Phi \neq 0$ gilt (Abb. 3).

Gespeichert wird die Energie jedoch in den beiden Bildern unterschiedlich: nach (13) wie bei *Poynting* in den elektrischen und magnetischen Feldern, d. h. im wesentlichen zwischen den Drähten, nach (14) jedoch in den Strömen und Ladungen („Potentielle Energie“).

4.2 Langsam veränderliche Felder

Elektrische Felder werden von elektrischen Ladungen und von sich ändernden Magnetfeldern (Induktion) erzeugt, magnetische Felder von Strömen und sich ändernden elektrischen Feldern (Verschiebungsströmen). Der Fall langsam veränderlicher Felder ist dadurch

gekennzeichnet, dass bei den Abmessungen der betrachteten Apparatur und den betrachteten Frequenzen Retardierungseffekte vernachlässigbar sind. Die zeitliche Änderung der Felder ist also im gesamten betrachteten Raum dieselbe wie die ihrer „Quellen“.

Um den elektrodynamischen Potentialen eine anschauliche Bedeutung zu geben, zerlegt man das elektrische Feld in ein wirbelfreies „Ladungsfeld“ \vec{E}_q ($\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_q = \frac{\rho}{\epsilon_0}$) und ein quellenfreies Wirbelfeld \vec{E}_{ind} ($\vec{\nabla} \times \vec{E}_{ind} = -\dot{\vec{B}}$),

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{ind}. \quad (15)$$

Aufgrund von (10) kann man dann die Potentiale so wählen, dass gilt:

$$-\vec{\nabla}\Phi = \vec{E}_q \quad \text{und} \quad -\dot{\vec{A}} = \vec{E}_{ind} \quad (16)$$

Danach ist Φ also das vertraute elektrostatische Potential und die zeitliche Ableitung von \vec{A} (bis auf das Vorzeichen) gleich dem durch Induktion hervorgerufenen elektrischen Feld.

4.2.1 Aufladung eines Kondensators

Beim langsamen Aufladen eines Kondensators sind Induktionseffekte vernachlässigbar, d. h. $E_{ind} \ll E_q$. Damit vereinfacht sich der *Lai*'sche Vektor (11) zu

$$\vec{S}_L = \Phi(\vec{j} + \dot{\vec{D}}). \quad (17)$$

Die Energie wird also in diesem Bild mit dem Strom durch die Kabel zum Kondensator transportiert, tritt mit den $\dot{\vec{D}}$ -Linien in das Feld und „versickert“ dort mit abnehmendem Potential (Abb. 4a).

Zur Auswertung von \vec{S}_n muss man sich lediglich das zeitliche Verhalten der Felder überlegen: Ändert sich die Ladung des Kondensators gemäß $Q \sim f(t)$, dann ergibt sich die Zeitabhängigkeit der Felder und Potentiale folgendermaßen:

$$\begin{aligned} Q \sim f(t) &\implies \Phi \sim f(t) \implies E_q \approx E \sim f(t) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \dot{\vec{D}} + \vec{j} &\implies H \sim \dot{f}(t) \implies A \sim \dot{f}(t) \end{aligned}$$

Daraus folgt aber wegen

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \dot{\vec{H}} - \dot{\vec{A}} \times \vec{H} &\sim \dot{f}\ddot{f} - \ddot{f}\dot{f} = 0 \quad \text{und} \\ \Phi\dot{\vec{D}} - \dot{\Phi}\vec{D} &\sim f\dot{f} - \dot{f}f = 0 \end{aligned}$$

unmittelbar, dass sich reduziert (12) auf

$$\vec{S}_n = \Phi\vec{j}. \quad (18)$$

Die Energie wird also wie im *Lai*'schen Bild durch die Kabel zum Kondensator transportiert, tritt aber nicht aus der Platte aus, sondern wird dort (gemäß (14)) gespeichert (Abb. 4b).

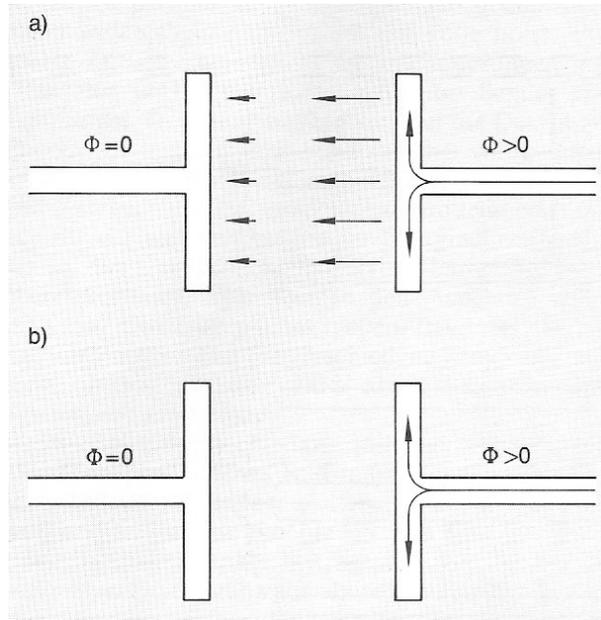


Abbildung 4: Beschreibung des Energieflusses beim langsamen Aufladen eines Plattenkondensators a) mit \vec{S}_L , b) mit \vec{S}_n

4.2.2 Stromsteigerung in einer Spule

In diesem Fall ist \ddot{D} als Quelle eines Magnetfeldes vernachlässigbar. Für \vec{S}_L ergibt sich deshalb:

$$\vec{S}_L = -\dot{\vec{A}} \times \vec{H} + \Phi \vec{j} = \vec{E}_{ind} \times \vec{H} + \Phi \vec{j} \quad (19)$$

Die Energie strömt also genau wie bei *Poynting* vom Zylindermantel ins Innere der Spule. Anders als dort tritt sie aber aus den Windungen aus, die durch die Zuführungsdrähte mit Nachschub versorgt werden (Abb. 5a).

Zur Berechnung von \vec{S}_n muss man sich wieder nur die Zeitabhängigkeit der Felder überlegen: Bei der Spule sind zwei elektrische Felder zu berücksichtigen: ein azimuthales Induktionsfeld und ein im wesentlichen axiales Ladungsfeld (Letzteres wird meiner Kenntnis nach in keinem Lehrbuch berücksichtigt; ohne es kann man jedoch den Energiefluss auch im *Poynting*-Bild nicht verstehen!). Das gesamte Feld muss senkrecht auf den (als widerstandslos angenommenen) Spulenwicklungen stehen; beide besitzen also dieselbe Zeitabhängigkeit. Aus $I \sim f(t)$ folgt also

$$\left. \begin{array}{l} E_{ind} \sim \dot{f}(t) \\ E_q \sim \dot{f}(t) \end{array} \right\} \implies \Phi \sim f(t) \implies \Phi, D \sim \dot{f}(t)$$

und

$$H \sim f(t) \implies A \sim \dot{f}(t).$$

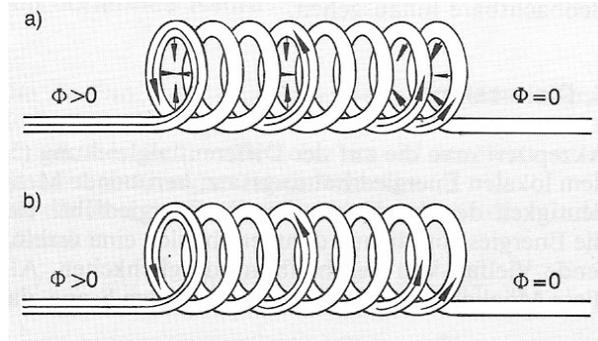


Abbildung 5: Beschreibung des Energieflusses bei der Stromsteigerung in einer Spule a) mit \vec{S}_L : Die Energie strömt durch den Draht und tritt aus ihm heraus in den Innenraum der Spule, b) mit \vec{S}_n : Die Energie strömt durch den Draht und wird in ihm gespeichert.

Daraus ergibt sich wie oben wieder

$$\vec{S}_n = \Phi \vec{j}. \quad (20)$$

Die Energie wird also wieder durch die Kabel zur Spule transportiert, dort jedoch (gemäß (14)) in den Wicklungen gespeichert (Abb. 5b).

4.3 Schnell veränderliche Felder

Es hat sich gezeigt, dass im Falle quasistationärer Felder sich insbesondere für \vec{S}_n sehr einfache Aussagen ergeben. Nun könnte es ja sein, dass dieser Vorteil mit Nachteilen im Bereich hoher Frequenzen erkaufte werden muss. Die folgenden für Wellenausbreitungsphänomene typischen Beispiele zeigen, dass eher das Gegenteil der Fall ist.

4.3.1 Wellenleiter

Betrachtet wird ein widerstandsloser Wellenleiter in z -Richtung mit linearem Verhalten des Dielektrikums, von dessen Konfiguration in den Ebenen $z = \text{const}$ lediglich vorausgesetzt wird, dass sich dort keine Retardierungseffekte bemerkbar machen (Beispiel: Koaxialkabel).

In diesem Fall werden die *Maxwell'schen* Gleichungen bekanntlich gelöst durch eine sich wellenförmig in z -Richtung ausbreitende Stromverteilung:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = j_0(x, y) \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) \vec{e}_z.$$

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung ergibt sich daraus (wegen $\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{1}{c} \dot{f}$) dieselbe Zeitabhängigkeit der Ladungsdichte:

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -j_0 \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{j_0}{c} \dot{f} \\ \implies \rho(\vec{r}, t) &= \frac{1}{c} j_0(x, y) \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right).\end{aligned}$$

Daraus folgt dann dieselbe Zeitabhängigkeit für alle Felder und Potentiale, und der Faktor $f\left(t - \frac{z}{c}\right)$ fällt aus den *Maxwell'schen* Gleichungen heraus:

$$\vec{E}, \vec{H}, \vec{A}, \Phi \sim f\left(t - \frac{z}{c}\right). \quad (21)$$

Aus Symmetrieüberlegungen ergibt sich weiter

$$E_z = H_z = A_x = A_y = 0, \quad (22)$$

elektrisches und magnetisches Feld haben also keine Komponente in Richtung des Wellenleiters, während die Feldlinien des Vektorpotentials parallel dazu verlaufen. Damit wissen wir bereits genug, um die wesentlichen Eigenschaften des Energieflusses beschreiben zu können:

Aus (22) folgt, dass sich der *Lai'sche* Vektor (11) in z -Richtung reduziert auf

$$\vec{S}_{L_z} = \Phi \vec{j}. \quad (23)$$

Der Energietransport längs der Leitung geschieht also wieder in den Leitern. Zusätzlich tritt aber senkrecht dazu (d. h. aus den Leitern ins Feld und umgekehrt) eine im Detail von der Konfiguration abhängige Energieströmung auf, die dafür sorgt, dass sich die von den Feldstärken abhängige Energiedichte (5) einstellen kann (Abb. 6a).

Für \vec{S}_n folgt wie bei (18) aus (21) sofort

$$\vec{S}_n = \Phi \vec{j}. \quad (24)$$

Außerhalb der Leiter tritt hier also gar keine Energieströmung auf (Abb. 6b). Dort ist ja auch wegen $\vec{A} \perp \vec{D}$ (vgl. (22)) die Energiedichte (12) null:

$$u_n = \frac{1}{2} \left(\vec{A} \cdot \vec{j} + \Phi \rho \right) \stackrel{\text{Zwischenraum}}{=} 0 \quad (25)$$

In beiden Bildern bleibt also selbst bei hohen Frequenzen die Aussage richtig, dass bei von Kabeln geführtem Energietransport die Energie durch die Kabel fließt!

4.3.2 *Hertz'scher* Dipol

Die Strahlung einer Antenne ist das einzige der hier besprochenen Beispiele, bei dem sich die Energie unzweifelhaft von den Ladungen und Strömen löst und durchs Vakuum fließt. Es soll kurz angedeutet werden, dass die hier untersuchten alternativen Beschreibungen auch damit fertig werden. Leider müssen in diesem Falle die Felder explizit berechnet werden (z. B. mit Hilfe von [9]). Da dafür hier nicht der Platz ist, gebe ich nur die Ergebnisse (meist nur für das Fernfeld) an:

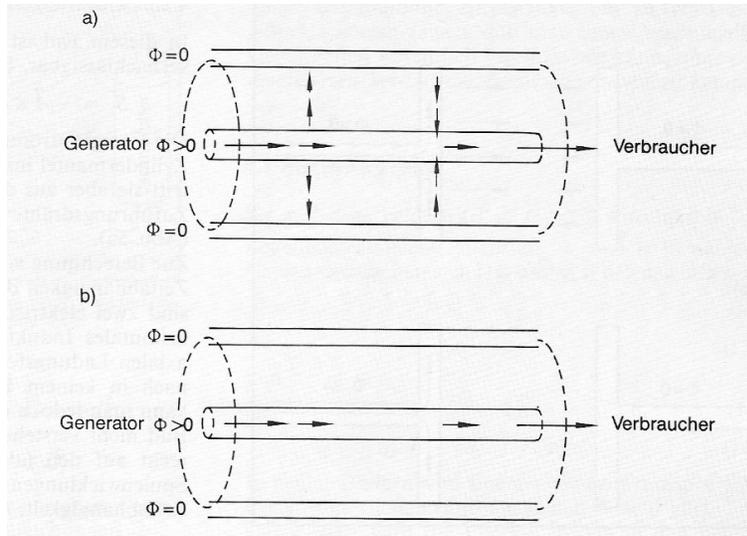


Abbildung 6: Beschreibung des Energieflusses in einem Koaxialkabel, das von einer harmonischen Welle durchlaufen wird: a) mit \vec{S}_L (Erst im UKW-Bereich erreicht der Energiefluss im Feld dieselbe Größenordnung wie der im Kabel.), b) mit \vec{S}_n .

Lai-Vektor \vec{S}_L

- Im Fernfeld (und nur dort!) stimmt die Radialkomponente von \vec{S}_L mit der des *Poynting*-Vektors überein. Die eigentliche Energieabstrahlung wird also von beiden Vektoren gleich beschrieben.
- Wie beim *Poynting*-Vektor tritt zusätzlich eine periodisch alternierende Energieströmung in meridionaler Richtung auf, die jedoch, anders als dort, auch im Fernfeld dieselbe Größenordnung hat. Hier ist es aber möglich, diesen unbeobachtbaren Energiestrom durch Umeichung der Potentiale (d. h. Übergang zu anderen Potentialen, ohne dass sich die aus ihnen berechneten Feldstärken ändern) zum Verschwinden zu bringen.

Neuer Vektor \vec{S}_n

- Die Radialkomponente ist in Nah- und Fernfeld zeitlich konstant und stimmt überein mit dem zeitlichen Mittelwert von \vec{S}_P .
- Senkrecht zur Ausbreitungsrichtung tritt weder im Fern-, noch im Nahfeld eine Energieströmung auf.

Zusammengenommen gilt also

$$\vec{S}_n = \overline{S_P} \vec{e}_r \quad (26)$$

In dieser Darstellung entfallen also alle die Aspekte der *Poynting*'schen Beschreibung – Meridionalströmung, periodische Änderung der Radialströmung und die unübersichtlichen Verhältnisse im Nahfeld (siehe [6]) –, die sowieso über das experimentell Beobachtbare hinausgehen.

5 Diskussion

Akzeptiert man die auf der Differentialgleichung (4), dem lokalen Energieerhaltungssatz, beruhende Mehrdeutigkeit der Ausdrücke für die Energiedichte und die Energiestromdichte, dann ergibt sich eine verblüffende Vielfalt von Beschreibungsmöglichkeiten. Alle diese Möglichkeiten sind „richtig“ in dem Sinne, dass sie die experimentellen Erfahrungen übereinstimmend wiedergeben, nämlich die (im Falle hoher Frequenz zeitlich gemittelten) Energieänderungen von Generator und Verbraucher, bzw. von Sender und Empfänger. Trotzdem machen sie über die Details der Energieübertragung und -speicherung völlig unterschiedliche Aussagen. Die möglichen Ausdrücke für u und \vec{S} stehen also für verschiedene Modelle oder Bilder für die elektromagnetische Energieübertragung, die in ihren experimentell überprüfbareren Aussagen übereinstimmen, sich aber in den Aspekten unterscheiden, die darüber hinausgehen. Bei unterschiedlichen Problemen und für verschiedene Menschen mag nicht immer dasselbe Bild als naheliegend oder anschaulich erscheinen.

Wenn dem aber so ist, dann lohnt es sich, darüber nachzudenken, welches Bild man in der Ausbildung verwenden will. Zu einer solchen didaktischen Reflexion und Diskussion möchte ich zum Schluss die folgenden Gesichtspunkte beitragen:

- Es ist möglich, ganz auf ein so detailliertes Bild zu verzichten und sich auf die Beschreibung der beobachtbaren Energieänderungen zu beschränken. Suggestiert man jedoch den „Substanzcharakter“ der Energie – und bereits durch den Gebrauch von Wörtern wie Energieerhaltung, -transport, -speicherung usw. tut man das! –, werden sich die Schüler auf jeden Fall Vorstellungen bilden, gegebenenfalls auf eigene Faust.
- Welches Bild man auch benutzt, man sollte deutlich machen, dass es weit über die experimentellen Erfahrungen hinausgeht. Insofern ist es dann nicht überraschend, wenn andere Leute zu anderen Vorstellungen gelangen.
- Von allen Vektoren für die Energieflussdichte hängt nur der *Poynting*-Vektor \vec{S}_P nicht von den elektrodynamischen Potentialen ab. Nur \vec{S}_P ist deshalb eichinvariant, d. h. unabhängig von der Wahl der durch (10) nicht eindeutig definierten Potentiale. Alle in den vorangegangenen Abschnitten gemachten Aussagen über \vec{S}_L und \vec{S}_n gelten deshalb nur für eine bestimmte Wahl der Potentiale. Mit dem Argument, alle physikalischen Observablen müssten eichinvariant sein, kann man also den *Poynting*-Vektor allen Alternativen gegenüber vorziehen. Die vorstehenden Überlegungen lassen es jedoch als fraglich erscheinen, ob Energiedichte und -flussdichte als Observable zu betrachten sind. So gesehen kann man sogar einen Vorteil darin erblicken, dass die \vec{S} anhaftende Mehrdeutigkeit durch das Auftreten der Potentiale

angedeutet wird. In der Tat sind \vec{S}_L , und in vielen Fällen auch \vec{S}_n , nur Verallgemeinerungen des *Poynting*-Vektors: In einer bestimmten Eichung ($\Phi \equiv 0$ und $-\vec{A} = \vec{E}$) stimmen sie, zeitlich gemittelt, mit ihm überein.

- Formal ist der *Poynting*-Vektor einfacher als die Alternativen. Es hat sich jedoch gezeigt, dass in vielen konkreten Fällen die Berechnung von \vec{S}_n , aber auch von \vec{S}_L , wesentlich einfacher ist, weil es auf die Details der räumlichen Struktur der Felder gar nicht ankommt. In diesen Fällen ist auch das Ergebnis deutlich weniger komplex: Energieströmung und -speicherung finden nicht wie nach *Poynting*, in komplizierter Weise verteilt im Außenraum entlang elektrischer Leitungen, sondern schlicht in ihnen statt. Die häufig zumindest unterschwellig vorhandene Vorstellung von den mit Energie beladenen Ladungen und Strömen ist hier fachlich durchaus vertretbar.

Literatur

- [1] Backhaus, U.; Schäfer, K.: *On the uniqueness of the vector for energy flow density in electromagnetic fields*, Am. J. Phys. 5413, 279 (1986)
- [2] Falk, G.; Herrmann, F.: *Physikalische Grundlagen und didaktisches Konzept einer elementaren Einführung in die Physik*, Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts, Heft 3, Schroedel: Hannover 1979
- [3] Ebinghaus, H.: *Der Energietransport bei elektromagnetischen Vorgängen*, Physik und Didaktik 4, 255 (1975)
- [4] Hecht, K.: *Energie-Strömung und Energie-Umwandlung im elektrischen Stromkreis*, Praxis Physik 30/4, 101 (1981)
- [5] Rang, O.: *Welchen Weg nimmt die elektrische Energie?*, Der Physikunterricht 13/4, 43 (1979)
- [6] Nägerl, H.; Henze, C.: *Zur Abstrahlung elektromagnetischer Wellen*, Physik und Didaktik 11/1, 13 (1983)
- [7] Hines, C. O.: *Electromagnetic energy density and flux*, Can. J. Phys. 30, 123 (1952)
- [8] Lai, C. S.: *Alternative choice for the energy flow vector of the electromagnetic field*, Am. J. Phys. 49, (1981)
- [9] Becker, K.-D.: *Ausbreitung elektromagnetischer Wellen*, Springer: Berlin usw. 1974

Nachtrag

Die Arbeit an dem vorstehenden Artikel war Ausgangspunkt meiner Habilitation an der Universität Osnabrück. Die Habilitationsschrift ist bei Westarp erschienen:

U. Backhaus: *Energietransport durch elektrische Ströme und elektromagnetische Felder*, Westarp: Essen, Magdeburg 1993

Sie kann über meine Homepage auch aus dem Internet heruntergeladen werden (<http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/publicat/Energie.pdf>). Dort befinden sich auch Veranschaulichungen zur Energieabstrahlung am *Hertz'schen* Dipol (<http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/habil/hertz.htm>).