

## Io-Verfinsterungen und die Astronomische Einheit

von Udo Backhaus, D. Nolte und W. Oswald-Wambach

Über drei Jahre hat eine Gruppe aus Schülern, Lehrern, Amateurastronomen und Studenten die Bewegungen der Jupitermonde und insbesondere die Verfinsterungen des innersten Mondes Io beobachtet. Unser Ziel dabei war, Beobachtungen und Messungen nachzuvollziehen, aus denen Ole Rømer erstmals auf die Endlichkeit der Lichtausbreitung geschlossen und einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit abgeleitet hat. Dabei hat sich gezeigt, dass es, im Gegensatz zu Veröffentlichungen auch in dieser Zeitschrift, nicht einfach ist, zu befriedigenden Ergebnissen zu kommen, dass aber bei dem Versuch sehr viel gelernt werden kann.

### Einleitung

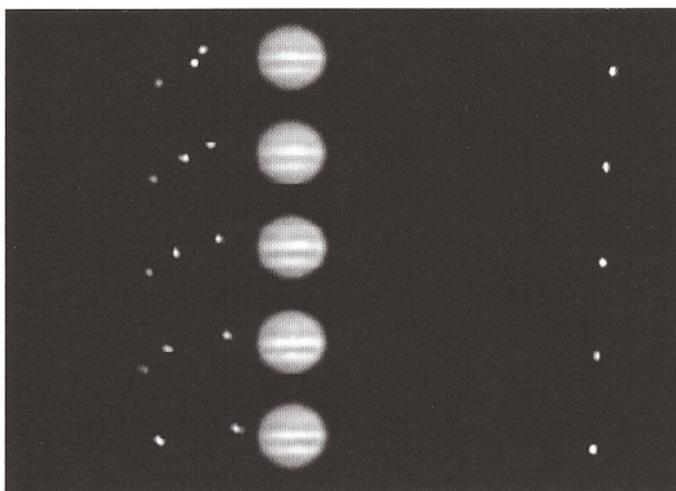
Die Astronomische Einheit (AE) ist eine fundamentale Größe der Astronomie. Sie ist definiert als der mittlere Abstand zwischen Erde und Sonne und beträgt recht genau 150 Millionen Kilometer. Alle direkten Entfernungsmessungen innerhalb des Sonnensystems und darüber hinaus beziehen sich auf diese Größe und werden als Vielfache der AE angegeben. So ergibt sich z.B. der Abstand Jupiters zur Sonne aus der Auswertung seiner Schleifenbewegung am Himmel zu rund 5,2 AE [1]. Und die Entfernung naher Fixsterne ergibt sich durch Parallaxenmessung mit dem Erdbahnradius als Basis.

Durch systematische Beobachtungen des Jupitermondes Io konnte der dänische Astronom Ole Rømer 1675 nachweisen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes endlich ist, und er konnte erstmals einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit angeben. Heute, da die Lichtgeschwindigkeit bereits auf dem Labortisch gemessen werden kann, lässt sich das Verfahren Rømers umgekehrt zur Bestimmung der Astronomischen Einheit benutzen. Die Messung dieser für die Astronomie zentralen Größe ist auch heute noch schwierig, und es gibt bis jetzt keinen Vorschlag zu ihrer Messung mit einfachen Mitteln. Allerdings ist schon mehrfach vorgeschlagen worden, Rømers Methode zur Bestimmung

der Lichtgeschwindigkeit anzuwenden (siehe z. B. [7], [8], [9], [11]).

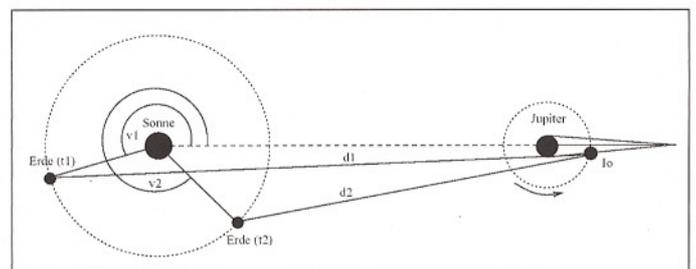
### Das Phänomen und seine Erklärung

Schon mit einem Fernglas kann man den „Tanz der Jupitermonde“ beobachten: Vier helle Lichtpunkte, alle etwa auf einer Linie mit dem Äquator von Jupiter, ändern innerhalb von wenigen Stunden sichtbar ihre Position. Bei langfristiger Beobachtung erkennt man, dass die Punkte den Jupiter umkreisen, dass es sich also um Monde des Jupiters handelt. Beobachtbar sind auch die Verfinsterungen dieser Monde: Manchmal werden sie auf der rechten (westlichen) Seite von Jupiter unsichtbar, deutlich bevor sie von Jupiter verdeckt werden, manchmal tauchen sie auf der linken Seite von Jupiter, aber in deutlichem Abstand von ihm, plötzlich wieder auf. In Bild 2 ist die Erscheinung schematisch dargestellt. Vor der Jupiter-Opposition kann man auf der Erde die Verfinsterungsanfänge, nach der Opposition die Verfinsterungsenden von Io beobachten. Bei den äußeren Monden kann es sogar vorkommen, dass Schattenein- und -austritt auf derselben Seite von Jupiter zu beobachten sind (Bild 1).



1 Veränderung der Position der Jupitermonde innerhalb weniger Stunden (nach [5]). Die Aufnahmen sind vom 9.9.1996 und haben einen zeitlichen Abstand von 20 Minuten. Die letzten Aufnahmen zeigen den Verfinsterungsanfang des äußersten Mondes Kallisto. Es wird deutlich, dass der Mond nicht plötzlich unsichtbar wird.

2 Zur Erklärung des Lichtlaufzeiteffektes: Wenn die Erde dem Licht von Jupiter entgegenkommt, wird die Umlaufperiode des Jupitermondes Io verkürzt wahrgenommen.



Ole Rømer bemerkte, dass die Intervalle zwischen zwei Verfinsterungen in der Zeit zwischen der Opposition von Jupiter bis zu seiner Konjunktion mit der Sonne systematisch länger sind als im folgenden halben Jahr zwischen Konjunktion und Opposition. Das heißt, vor der Opposition, wenn sich die Erde auf Jupiter zu bewegt, treten die Verfinsterungsanfänge früher ein als die berechneten. Nach der Opposition hingegen verspäten sich die Schattenaustritte von Io immer mehr. Rømer erkannte in dieser Erscheinung einen Laufzeiteffekt, der auf dem sich ändernden Abstand zwischen Erde und Jupiter beruht [10].

Die Botschaft der Verfinsterung von Io erreicht uns wegen der endlichen Lichtgeschwindigkeit deutlich nach dem wahren Zeitpunkt. Wäre der Abstand zwischen Jupiter und Erde konstant, dann wäre diese Verzögerung für die Bestimmung der Umlaufzeit ohne Belang: Sie fiel bei der Differenzbildung aus der Rechnung heraus. Wenn sich der Abstand jedoch vergrößert, muss das Licht hinter der Erde herlaufen, und der zweite Beobachtungszeitpunkt verspätet sich zusätzlich: Die *wahrgenommene* Umlaufzeit ist größer als die *tatsächliche*. Entsprechend ist die wahrgenommene Umlaufzeit zu klein, wenn sich die Erde auf Jupiter zu bewegt.

## Etwas Theorie

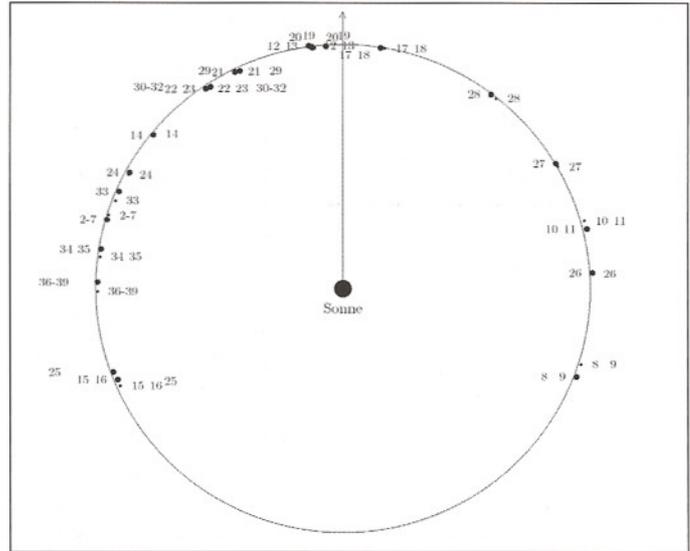
Die Vorgänge werden in dem (rotierenden) Bezugssystem beschrieben, in dem die Verbindungslinie Sonne-Jupiter fest ist. Zum Zeitpunkt  $t_1$  vor der Opposition (Bild 2) wird ein Schatteneintritt beobachtet. Nach  $n$  Umläufen erwartet man also der Eintritt von Io in den Schatten zur Zeit

$$t_2' = t_1 + nT_{Io} \quad (1.1)$$

Der Verfinsterungsanfang wird jedoch zu dem *früheren* Zeitpunkt  $t_2$  beobachtet. Die Zeitdifferenz beruht darauf, dass die Erde dem Licht entgegenkommt, sich die Nachricht von der zweiten Verfinsterung also weniger verspätet als die erste. Der Unterschied zwischen Erwartung und Beobachtung ist also die Zeit, die das Licht benötigt, um die Differenz  $d_2 - d_1$  zwischen den beiden Abständen zwischen Erde und Jupiter zu überwinden:

$$\Delta t = t_2' - t_2 = \frac{d_2 - d_1}{c} \quad (1.2)$$

3 Vergleich der berechneten Erdpositionen (dick, Zahlen links) mit den tatsächlichen (weniger dick, Zahlen rechts).



Wenn es gelingt, die Abstandsänderung als Vielfaches der Astronomischen Einheit anzugeben,

$$d_2 - d_1 = \alpha \text{ AE} \quad (1.3)$$

dann kann durch die Zusammenfassung dieser beiden Gleichungen

$$\Delta t = \frac{d_2 - d_1}{c} = \frac{\alpha \text{ AE}}{c} \Rightarrow c = \frac{\alpha \text{ AE}}{\Delta t} \quad (1.4)$$

berechnet werden, wie lange das Licht zum Durchlaufen einer AE benötigt. Bei bekannter Lichtgeschwindigkeit ergibt sich dann der Wert der AE zu

$$1 \text{ AE} = \frac{c}{\alpha} (t_2' - t_2) \quad (1.5)$$

Um den Faktor  $\alpha$ , d. h. die Abstandsänderung im Beobachtungszeitraum, bestimmen zu können, muss im Allgemeinen die genaue Bewegung von Erde und Jupiter auf ihrer Bahn um die Sonne bekannt sein. Wenn man jedoch vereinfachend annimmt, dass sich beide Planeten gleichförmig auf konzentrischen Kreisbahnen um die Sonne bewegen, dann kann diese Strecke leicht aus der bis zur nächsten Opposition verbleibenden Zeit berechnet werden: In dem rotierenden Bezugssystem hat die Erde eine (mittlere) Umlaufzeit von 398,9 Tagen; das ist der Zeitraum zwischen zwei Oppositionstellungen Jupiters zur Sonne, die so genannte synodische Umlaufzeit von Jupiter. Der Radius der Jupiterbahn beträgt  $r_{\text{Jup}} = 5,2 \text{ AE}$ . Der Jupitermond Io hat im rotierenden Bezugssystem eine mittlere (synodische) Umlaufzeit von  $T_{Io} = 1,76986 \text{ Tagen} = 1 \text{ d } 18 \text{ h } 28 \text{ min } 36 \text{ s}$ . Die Winkel  $v_1$  und  $v_2$  ergeben sich

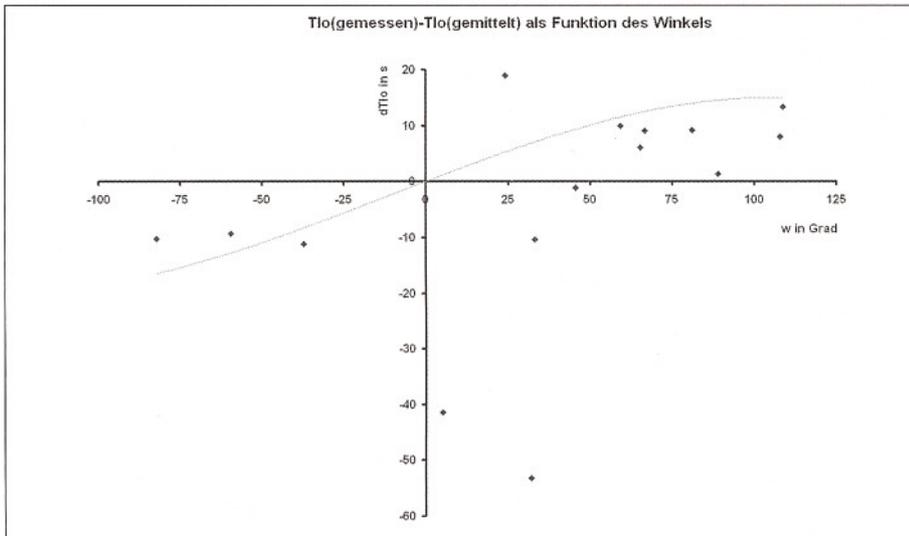
aus den Zeiten bis zur nächsten Jupiteropposition. Deshalb kann  $d_2 - d_1$  als Vielfaches der Astronomischen Einheit entweder berechnet oder in einer maßstabsgerechten Zeichnung gemessen werden.

## Die Praxis

Bereits für die Feststellung der Regelmäßigkeit in den Bewegungen der Monde benötigt man Beobachtungen über viele Umläufe. Um die Abweichungen von dieser Regelmäßigkeit wahrnehmen zu können, sind regelmäßige Beobachtungen über mindestens ein Jahr nötig. Ein so umfangreiches Beobachtungsprogramm ist wohl nur im Rahmen einer Kooperation mehrerer Beobachter möglich. An unseren Beobachtungen, die sich über einen Zeitraum von mehr als drei Jahren erstreckten, waren mehrere befreundete Amateurastronomen sowie eine Gruppe von Schülern beteiligt.

Der Blick in einen Astronomischen Kalender zeigt, dass Jupiter während einer synodischen Periode ungefähr acht bis neun Monate zu beobachten ist. In der übrigen Zeit um den Zeitpunkt der Konjunktion herum steht er von der Erde aus zu dicht bei der Sonne und ist dadurch unbeobachtbar. In diesem Zeitraum treten rund 130 Io-Verfinsterungen auf. Die Hälfte davon tritt tagsüber ein und ist deshalb prinzipiell unbeobachtbar.

Von den in unserem Beobachtungszeitraum Oktober 1997 bis März 2001 prinzipiell beobachtbaren 142 Verfinsterungsereignissen haben wir nur



4 Aus unseren Messergebnissen ableitbare Differenzen zwischen mittlerer und aktueller Umlaufzeit. Positive Winkel auf der Abszisse kennzeichnen Messpositionen nach der Opposition. Die eingezeichnete Kurve zeigt die theoretisch zu erwartenden Abweichungen.

20 tatsächlich beobachtet, z. T. allerdings von verschiedenen Orten aus und mit vielen verschiedenen Fernrohren. Für die geringe Erfolgsquote, die eine Ursache für die dreijährige Beobachtungszeit war, gab es viele Gründe: Weit über 50% der möglichen Termine fielen dem unbeständigen Wetter zum Opfer. Etwa die Hälfte der verbleibenden Termine lag in der zweiten Nachthälfte, sodass berufliche Verpflichtungen und die eigene Bequemlichkeit häufig dazu führten, dass diese Termine nicht wahrgenommen wurden. Zudem war für die meisten der teilnehmenden Beobachter der Aufwand zur Vor- und Nachbereitung der Beobachtung sehr groß.

Als Messergebnis wählten wir bei einem Verfinsterungsanfang den Zeitpunkt, an dem Io unsichtbar wird. Bei einem Verfinsterungsende registrierten wir den Zeitpunkt, an dem das Erscheinen von Io zum ersten Mal wahrgenommen wurde. Da der Kernschatten Jupiters nicht scharf begrenzt und Io kein Punkt ist, ändert sich die Helligkeit von Io allmählich (Bild 1). Es ist deshalb etwas Übung erforderlich, um diese Ereignisse sicher registrieren bzw. beobachten zu können. Außerdem hängt das Ergebnis sicher mit der Fernrohroptik zusammen. An manchen Beobachtungstagen lagen die Ergebnisse verschiedener Beobachter an unterschiedlichen Fernrohren um mehr als eine Minute auseinander. Die Diskrepanzen wurden allerdings gegen Ende der Beobachtungsperiode, also mit zunehmender Erfahrung, deutlich kleiner.

### Auswertung der Messergebnisse

Unsere vollständigen Messergebnisse können im Internet [3] eingesehen werden. Bild 3 zeigt die Positionen der Erde an den Beobachtungstagen relativ zu Sonne und Jupiter. Es zeigt sich eine recht gleichmäßige Verteilung über den zur Beobachtung geeigneten Abschnitt der Erdbahn – mit allerdings deutlichem Übergewicht auf dem Zeitraum nach der Opposition. In der Abbildung werden die aufgrund der gemachten Vereinfachungen berechneten Positionen (dicke Punkte) den korrekten Positionen der Erde (dünne Punkte) gegenübergestellt. Die Übereinstimmung ist recht gut, weil wir als Periode die sich aus aufeinander folgenden Oppositionszeitpunkten ergebende tatsächliche Periode verwendet haben. (Die tatsächlichen Umlaufzeiten sind deutlich größer als die mittleren, weil Jupiter im Beobachtungszeitraum gerade sein Perihel durchlief. Er bewegte sich damit schneller als im Mittel. Die Erde brauchte deshalb länger als gewöhnlich, ihn zu überrunden.)

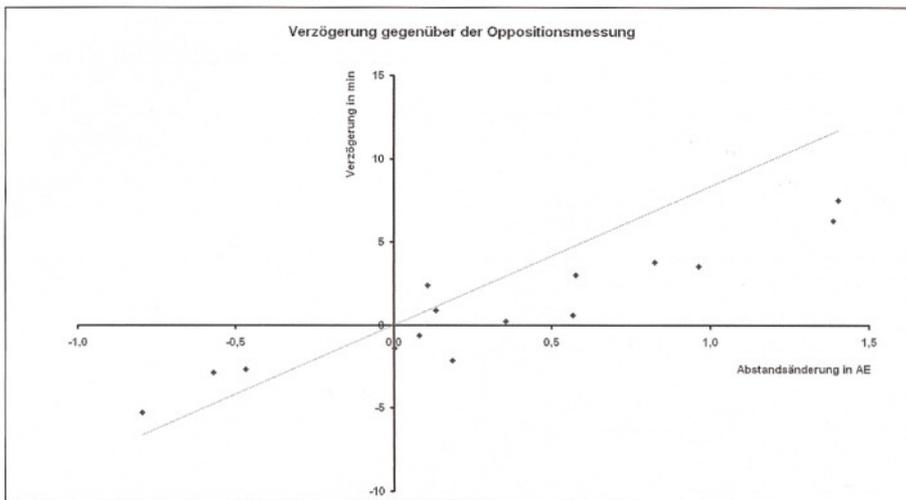
#### Die Variation der gemessenen Umlaufzeiten

Mit einem sorgfältig selbst bestimmten Wert der Umlaufzeit von Io [3] lassen sich alle Einzelergebnisse vergleichen, indem aus den Beobachtungszeitpunkten derselben Halbperiode Jupiters Zeitintervalle  $t_i - t_j$  gebildet werden. Die zugehörige Verspätung  $\Delta t$  ergibt sich dann gemäß (1.2) mit Hilfe der entsprechenden Anzahl der Umläufe.

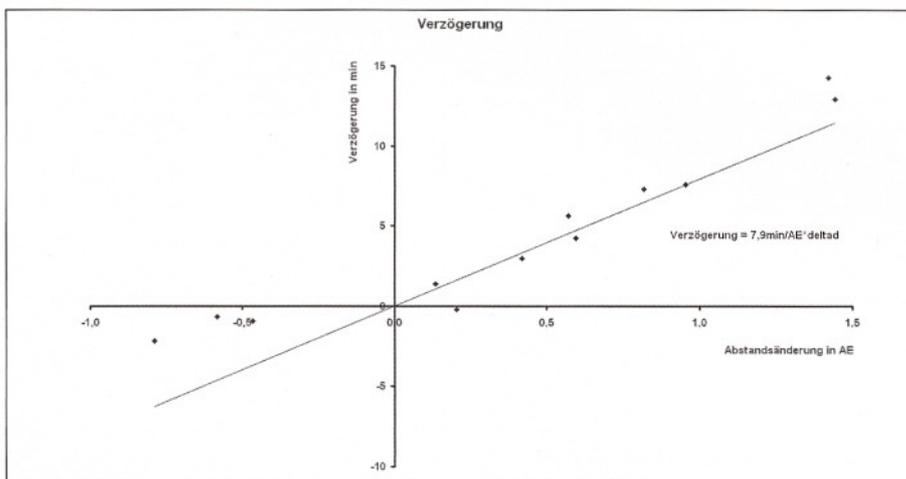
Die in Bild 4 über dem gegen die Oppositionsstellung gemessenen Winkel aufgetragenen Ergebnisse sind wenig befriedigend. Selbst das Vorzeichen der Periodenveränderung ist bei längst nicht allen Messungen richtig. Das Ergebnis nötigt uns große Hochachtung vor Ole Römer ab, der angesichts kaum besserer Beobachtungsergebnisse die systematische Variation erkannte und auf die Idee kam, daraus auf die Lichtgeschwindigkeit zu schließen.

#### Bestimmung der Astronomischen Einheit

Wie bei Uhren wird der Gangunterschied deutlicher, wenn man ihn über viele Perioden aufsummiert. In Bild 5 wird erst dadurch deutlich, dass die Zeitdifferenzen vor der Opposition, d. h. bei kleiner werdender Entfernung zu Jupiter, im Mittel negativ, nach der Opposition dagegen positiv sind und mit zunehmendem Abstand größer werden. Der ableitbare Wert für die Zeit, die das Licht zum Durchlaufen des Erdbahndurchmessers benötigt, bleibt allerdings deutlich zu klein. In einem letzten Mittelten wir unsere von verschiedenen Beobachtern am selben Tag gemessenen Zeiten und entfernten Messergebnisse, die offensichtlich unzuverlässig waren (z. B. weil die zugehörige Abstandsänderung zu klein war). Das so gewonnene Ergebnis zeigt Bild 6. Es ist für Beobachtungen nach der Opposition in recht guter Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung. Allerdings gibt es immer noch Ergebnisse, die sich der Theorie nicht fügen wollen, obwohl wir keine Gründe für Messfehler aufspüren konnten und die zugehörigen Messergebnisse auch nicht stärker von Literaturwerten abweichen als die übrigen. Hier zeigt sich wohl, dass die tatsächlichen Bewegungen von Erde, Jupiter und insbesondere Io viel komplizierter sind als in der hier beschriebenen Auswertung angenommen. M. Farl [6] hat uns auf viele Komplikationen aufmerksam gemacht, die z. B. durch die Exzentrizität der Umlaufbahnen von Erde und Jupiter, durch ihren ungleichförmigen Umlauf, durch die Neigung der Io-Bahn und besonders durch die Störung der Io-Bewegung durch die anderen Jupitermonde verursacht werden. Eine genaue Berücksichtigung dieser Komplikationen ist möglich, zerstört aber den Reiz der hier beschriebenen Methode.



5 Aus unseren Messergebnissen ableitbare Zeitdifferenzen zwischen Vorhersage und Beobachtung. Die eingezeichnete Gerade zeigt die theoretisch zu erwartenden Abweichungen.



6 Zeitdifferenzen zwischen Vorhersage und Beobachtung, die sich aus unseren gemittelten Messwerten ergeben. Anders als in Bild 5 wurden die korrekte Umlaufzeit von Io und die aktuelle Umlaufperiode von Jupiter verwendet.

Auf diese Weise kommen wir schließlich zu einer Lichtlaufzeit von

$$\Delta t = 7,9 \frac{\text{min}}{\text{AE}} \quad (1.6)$$

oder, mit Hilfe von (1.6), zu dem folgenden Messwert für die Astronomische Einheit:

$$1 \text{ AE} = 142.000.000 \text{ km.}$$

Damit ist die Genauigkeit unseres Ergebnisses deutlich besser als das historische Ergebnis von *Rømer*, der als Lichtlaufzeit für den Durchmesser der Erdbahn 22 Minuten angab [10]. Gemessen an unseren ursprünglichen Erwartungen ist das Ergebnis trotzdem nicht ganz befriedigend. Nach den vielen Misserfolgen während der Messungen und wegen der vielen Schwierigkeiten, die wir überwinden mussten, sind wir aber glücklich, überhaupt zu einem vernünftigen Ergebnis gekommen zu sein!

## Schluss

Es hat sich gezeigt, dass der Nachvollzug der historischen Messung von *Ole Rømer* keine „leichte Übung“ [11] ist. Da aber der Abstand zwischen Erde und Sonne eine sehr wichtige Größe in der Astronomie darstellt und es anscheinend keine andere Möglichkeit gibt, den Wert dieser Größe in der Schule durch eigene Messungen zu gewinnen (siehe jedoch [2], [4]), halten wir es trotzdem für didaktisch überaus sinnvoll, sich mit *Rømers* Methode intensiv auseinanderzusetzen. Nicht nur hatten wir bei unseren Versuchen, in mehreren Gruppen die Verfinsterungszeitpunkte selbst zu messen, anschließend oft viel zu erzählen (über falsche gehende Uhren, aufgrund falscher Kalenderangaben verspätete Verfinsterungszeitpunkte, fehlende Konzentration, Verschlafen,...). Wir haben auch

bei Vorbereitung, Durchführung und Auswertung sehr viel praktisches und theoretisches astronomisches Wissen erworben.

Und wir haben an einem konkreten Beispiel erfahren, „woher die Menschheit (die Entfernung zur Sonne) wissen kann“ (*Wagenschein*), und einen Eindruck von den „Riesen, auf deren Schultern wir stehen,“ (*Newton*) gewonnen.

*Allen beteiligten Schülern und Amateurastronomen, insbesondere W. Pauschert, Hillscheid, und Björn-Eric Brandt, Braunschweig, sei für die ausdauernde Mitarbeit gedankt!*

## Literatur:

- [1] Backhaus, U.: Bestimmung der Radien von Planetenbahnen mit Fernglas und Sternkarte. In: Praxis der Naturwissenschaften 39/5, 10 (1990)
- [2] Backhaus, U.: Die Entfernung der Sonne. In: ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht 35/1, 30 (1998)
- [3] Backhaus, U., Nolte, D., Oswald-Wambach, W.: Der Erdbahnradius – selbst bestimmt. Vorläufige Auswertung der hier beschriebenen Messungen, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/io/io.html>
- [4] Backhaus, U.: Versuche des Astronomischen Praktikums zur Messung der Entfernung zur Sonne, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/astprak/astprak.htm>
- [5] Cidadao. Die Original Aufnahmen sind im Internet unter [http://www.astrosurf.com/cidadao/jupiter\\_obs.htm](http://www.astrosurf.com/cidadao/jupiter_obs.htm) zu finden.
- [6] Farl, M.: Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mittels Io-Verfinsterungen Private Mitteilung
- [7] Neumann, H.-L.: Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch Ole Rømer. In: Praxis der Naturwissenschaften/Physik 37/4, 16 (1988)
- [8] Quast, U., Backhaus, U.: Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Rømers Verfahren mit Hilfe eines astronomischen Kalenders. In: Naturwissenschaften im Unterricht (Physik/Chemie) 35/7, 35 (1987)
- [9] Reble, M.: Die Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Rømer. In: ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht 39/1, 42 (2002)
- [10] Rømer, O.: Eine Demonstration der Bewegung des Lichtes. Übersetzung der Originalarbeit von 1676. In: Sambursky, S. (Hrsg.): Der Weg der Physik. dtv 6093, München 1978
- [11] Winnenburger, W.: Einfache Übung zur Bestimmung der Astronomischen Einheit. In: ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht 35/4, 16 (1998)
- [12] Hamel, J.: Die Messung der Lichtgeschwindigkeit durch Olaus Rømer. In: ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht, dieses Heft

**Prof. Dr. Udo Backhaus**  
Universität Duisburg-Essen  
Didaktik der Physik  
Universitätsstraße 2  
45117 Essen

**D. Nolte**  
Universität Koblenz-Landau

**W. Oswald-Wambach**  
Gymnasium auf der Karthause  
Koblenz